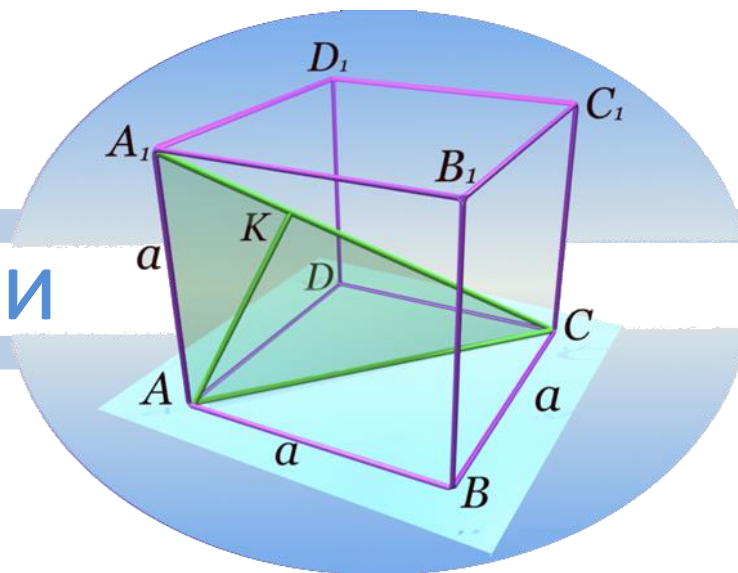


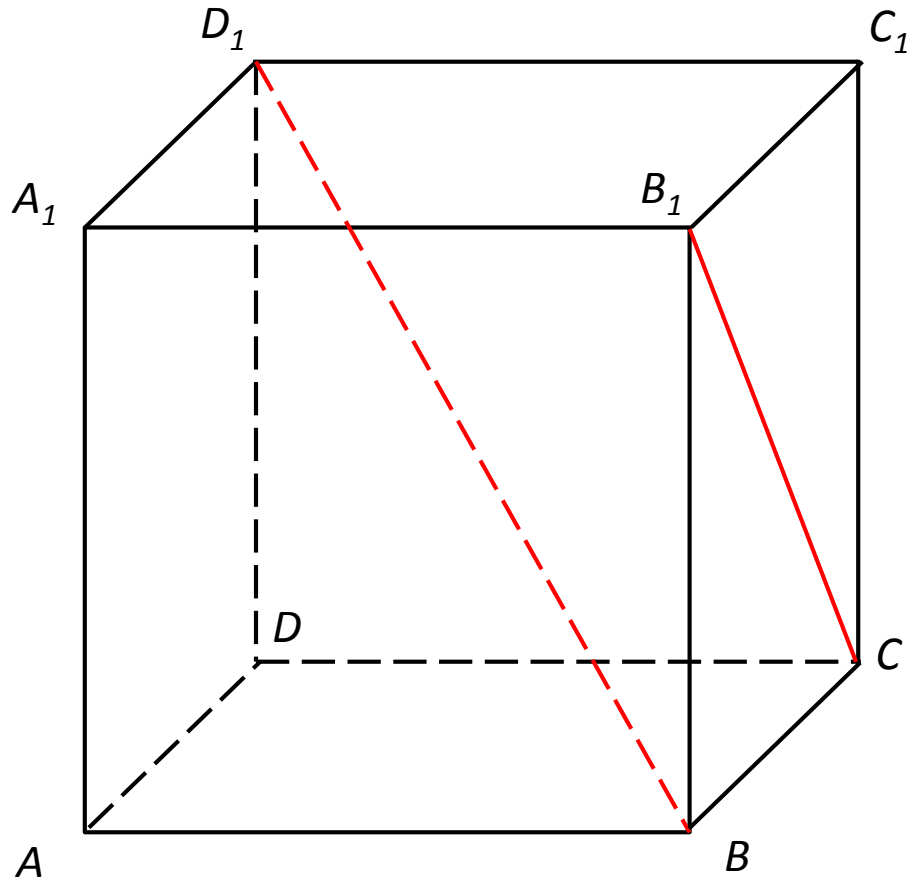
Задачи

по стереометрии

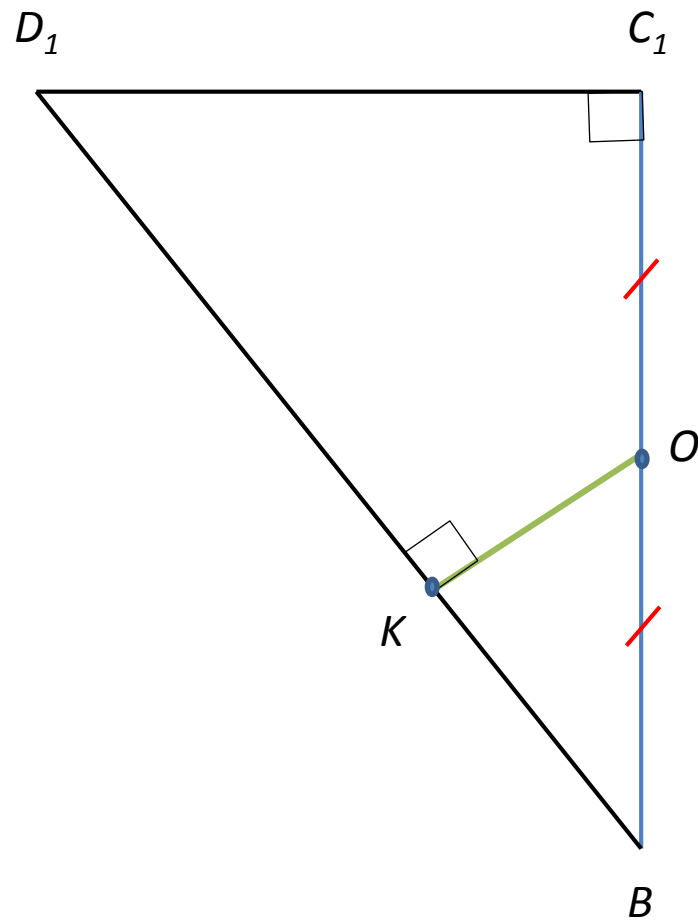
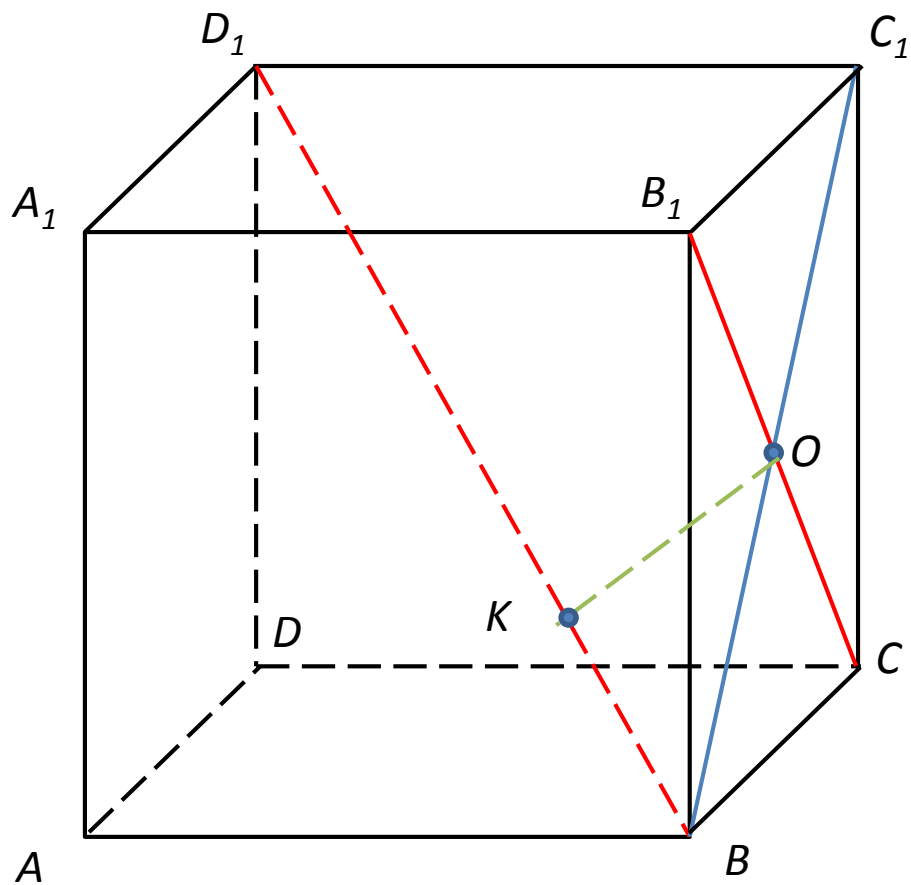


Ермак Елена Анатольевна,
доктор педагогических наук,
профессор кафедры математического
анализа и методики обучения математике
Псковского государственного университета

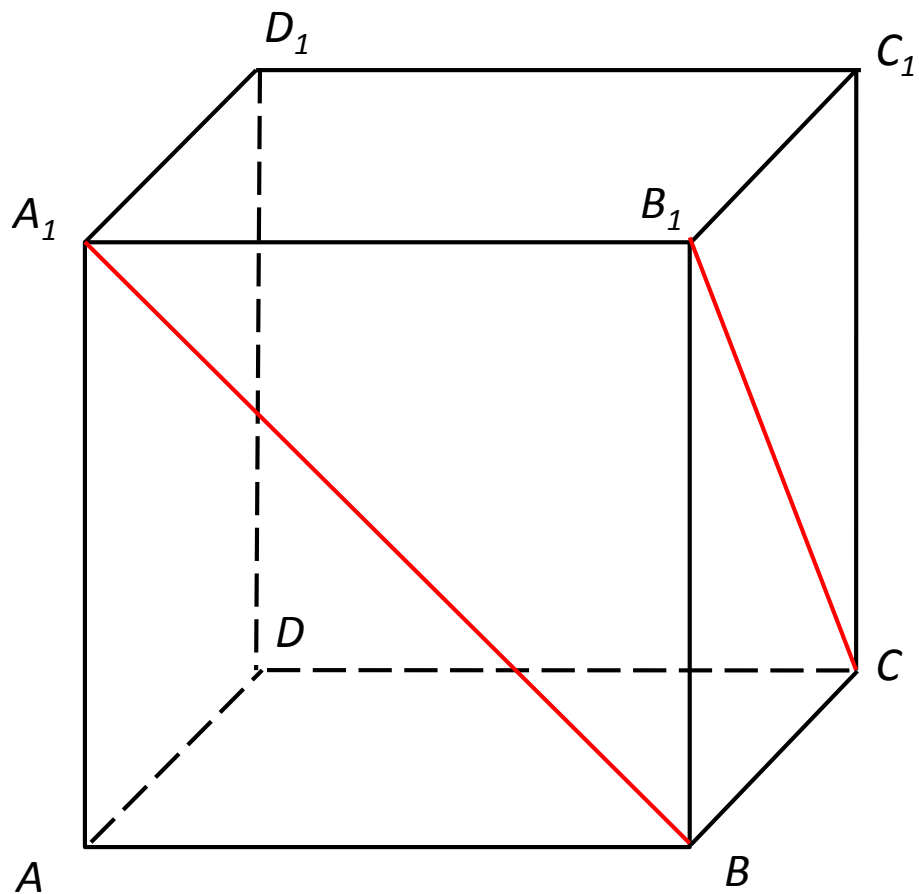
Задача № 1 Ребро куба имеет длину 1. Найти расстояние между диагональю куба и скрещивающейся с ней диагональю грани этого куба.



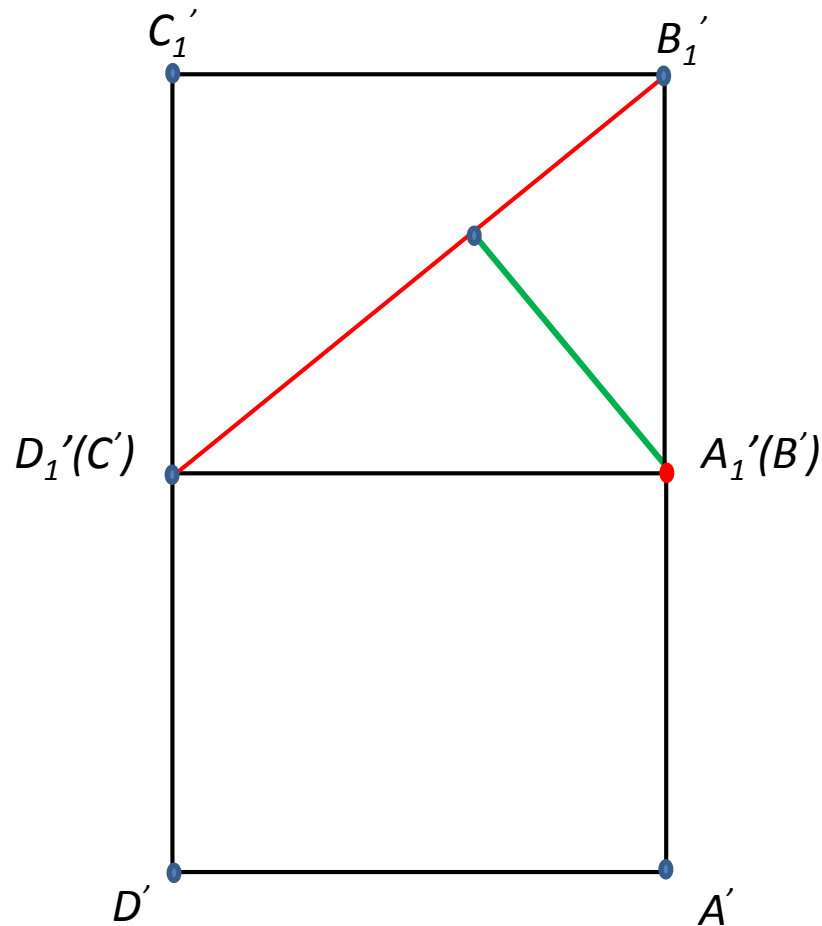
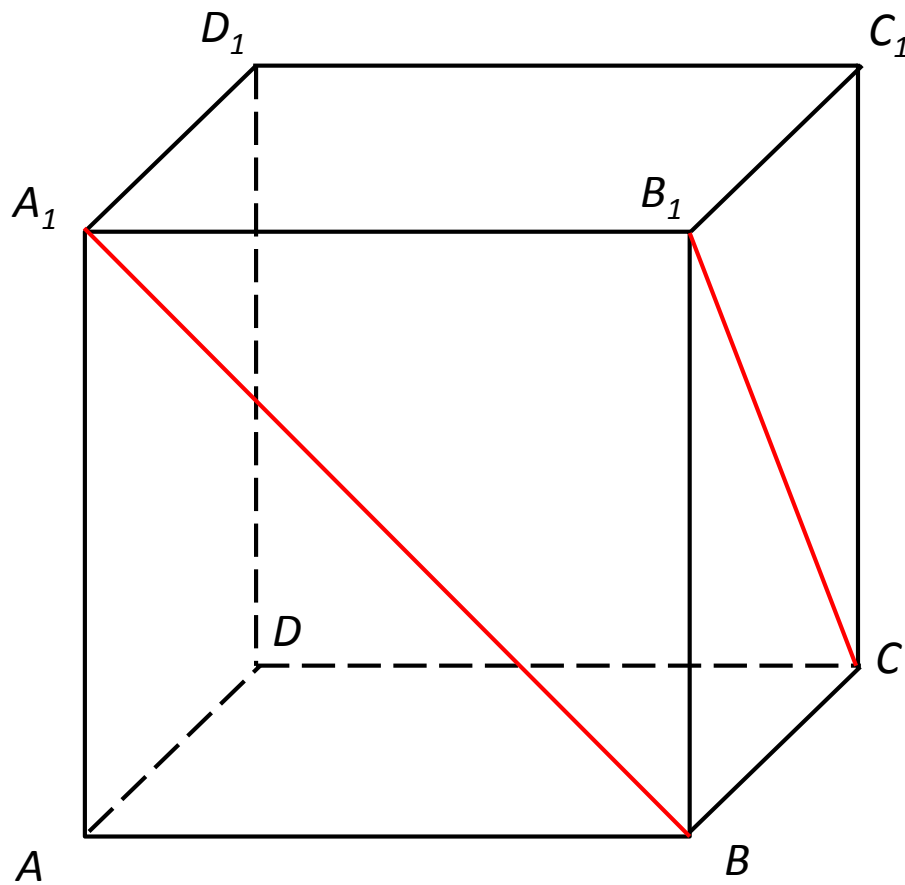
Задача № 1 Ребро куба имеет длину 1. Найти расстояние между диагональю куба и скрещивающейся с ней диагональю грани этого куба.



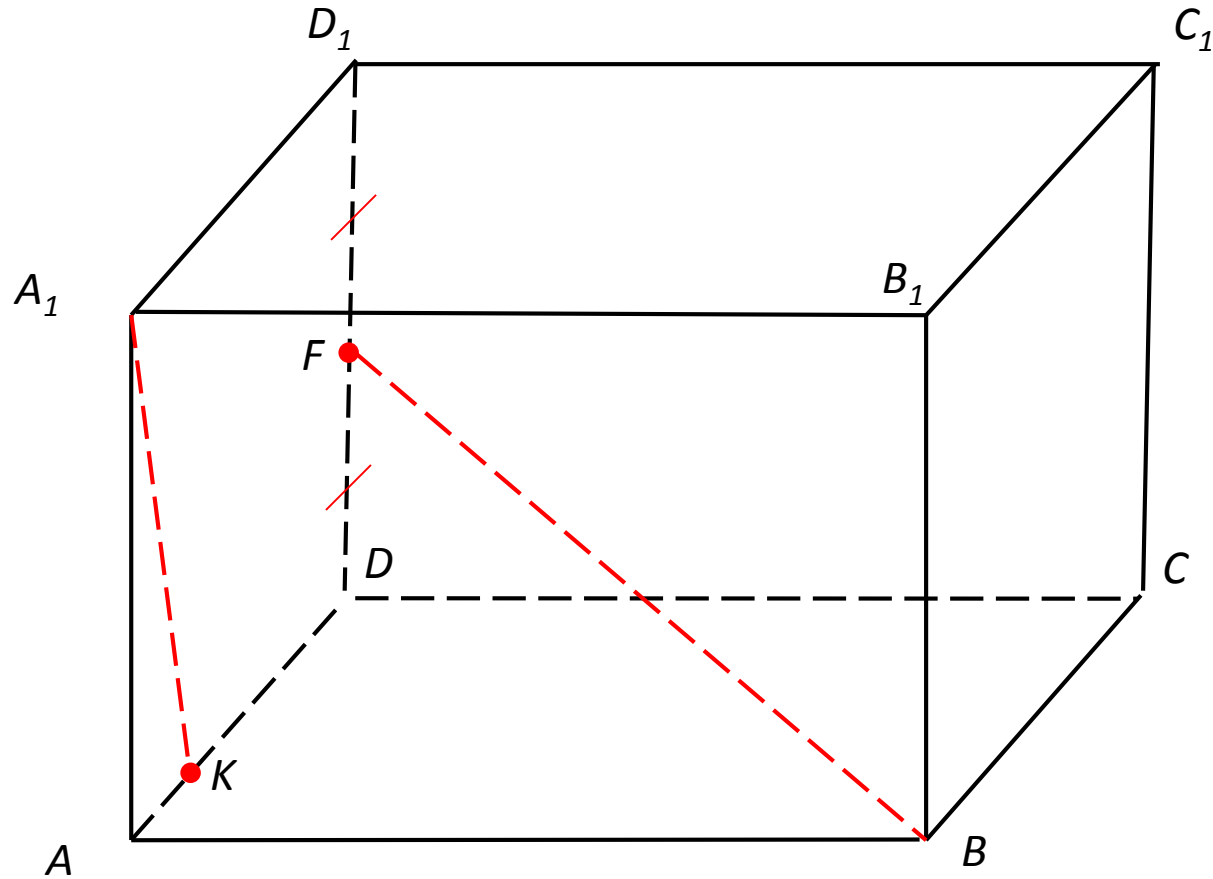
Задача № 2 Ребро куба имеет длину 1. Найти расстояние между скрещивающимися диагоналями смежных (то есть, имеющих общее ребро) граней этого куба.



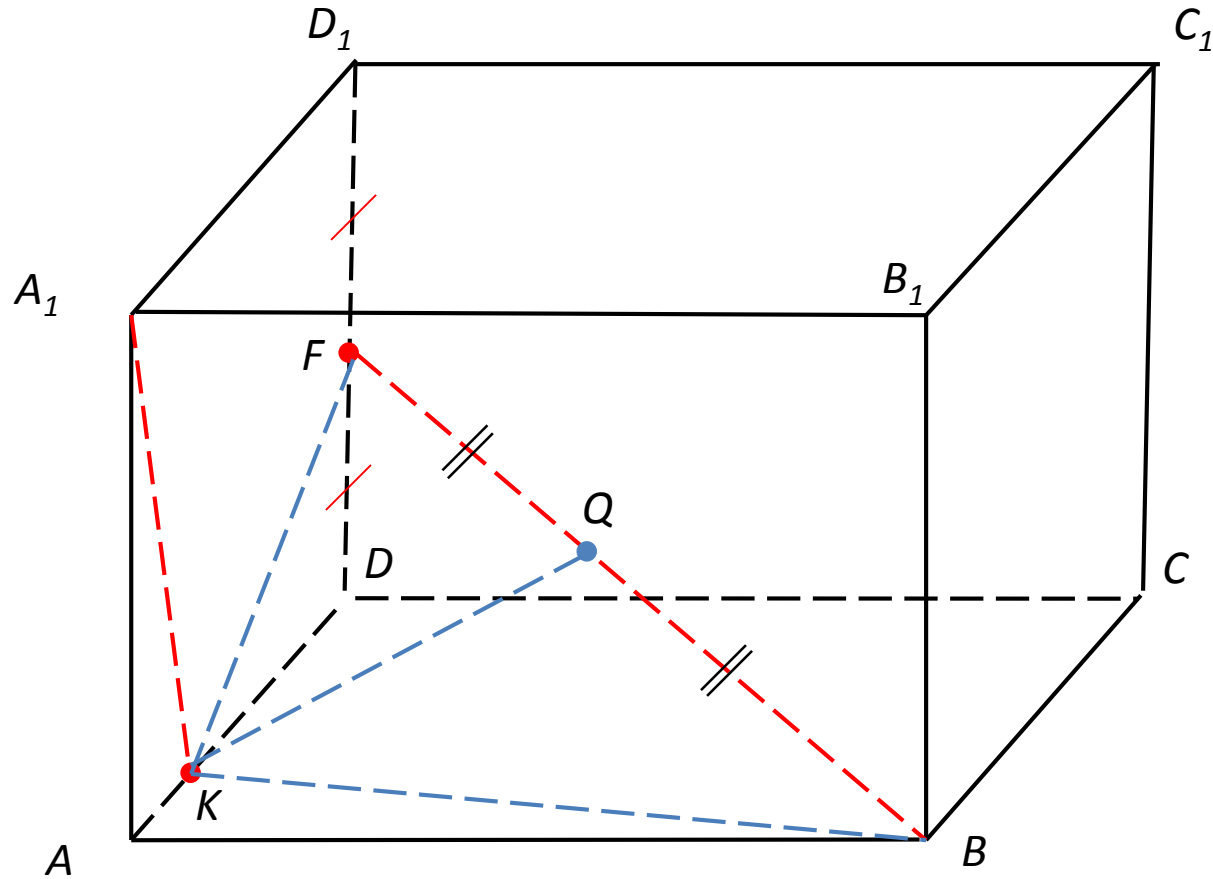
Задача № 2 Ребро куба имеет длину 1. Найти расстояние между скрещивающимися диагоналями смежных (то есть, имеющих общее ребро) граней этого куба.



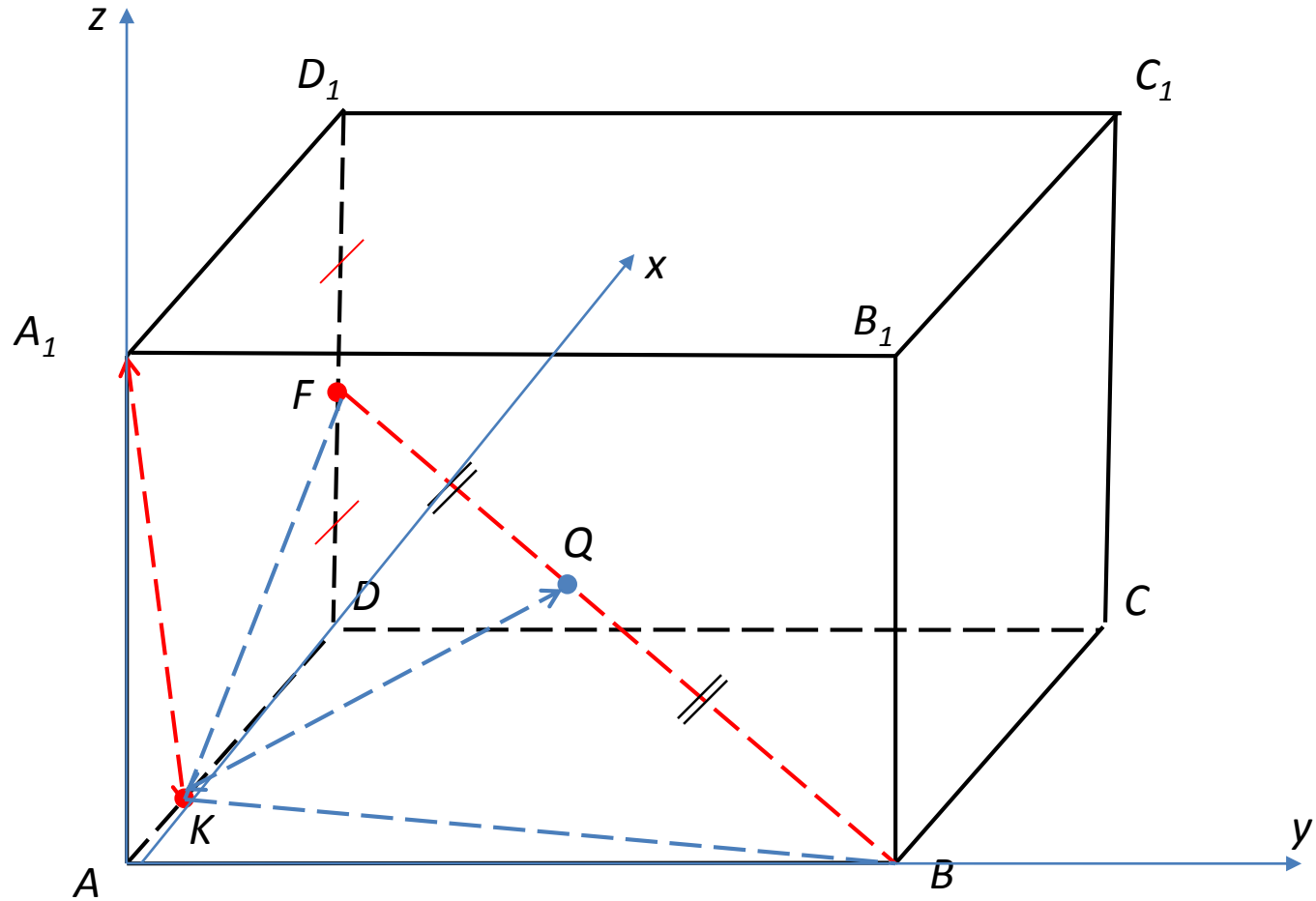
Задача № 3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро AB равно 3, ребро AD равно 4, ребро AA_1 равно 2. Точка F – середина ребра DD_1 , точка K принадлежит ребру AD и делит его в отношении 1:3, считая от точки A . Найти расстояние между прямыми BF и A_1K .



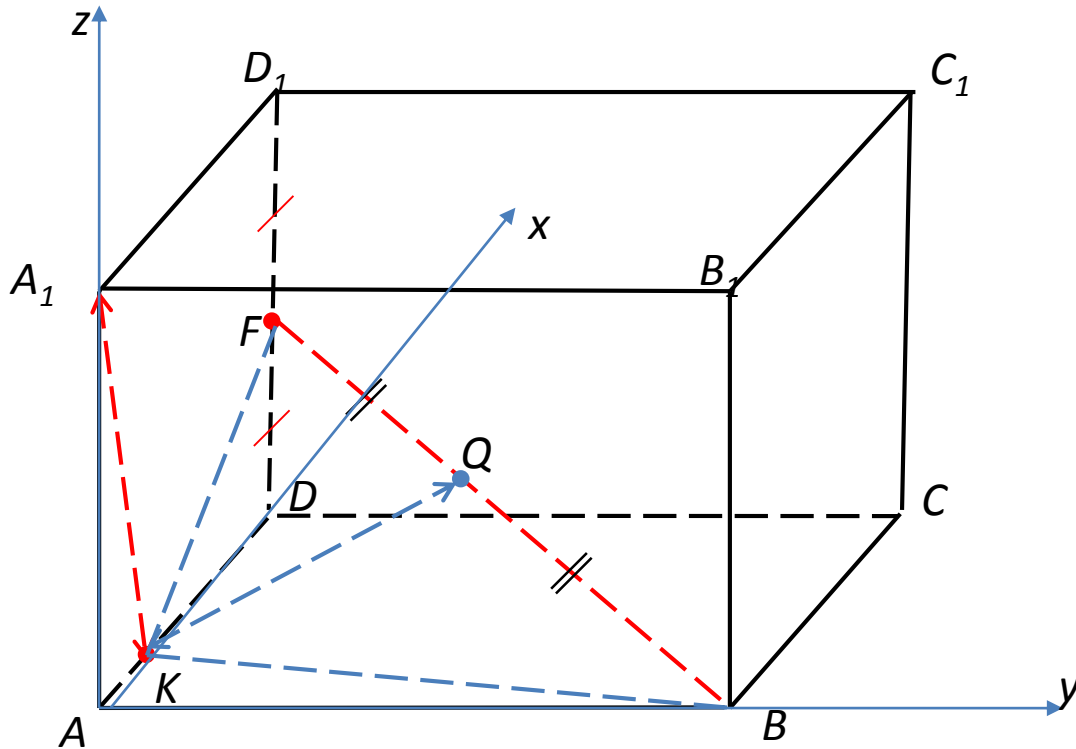
Задача № 3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро AB равно 3, ребро AD равно 4, ребро AA_1 равно 2. Точка F – середина ребра DD_1 , точка K принадлежит ребру AD и делит его в отношении 1:3, считая от точки A . Найти расстояние между прямыми BF и A_1K .



Задача № 3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро AB равно 3, ребро AD равно 4, ребро AA_1 равно 2. Точка F – середина ребра DD_1 , точка K принадлежит ребру AD и делит его в отношении 1:3, считая от точки A . Найти расстояние между прямыми BF и A_1K .



Задача № 3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро AB равно 3, ребро AD равно 4, ребро AA_1 равно 2. Точка F – середина ребра DD_1 , точка K принадлежит ребру AD и делит его в отношении 1:3, считая от точки A . Найти расстояние между прямыми BF и A_1K .



$A (0;0;0)$	$A_1 (0;0;2)$
$B (0;3;0)$	$B_1 (0;3;2)$
$C (4;3;0)$	$C_1 (4;3;2)$
$D (4;0;0)$	$D_1 (4;0;2)$
$K (1;0;0)$	$F (4;0;1)$

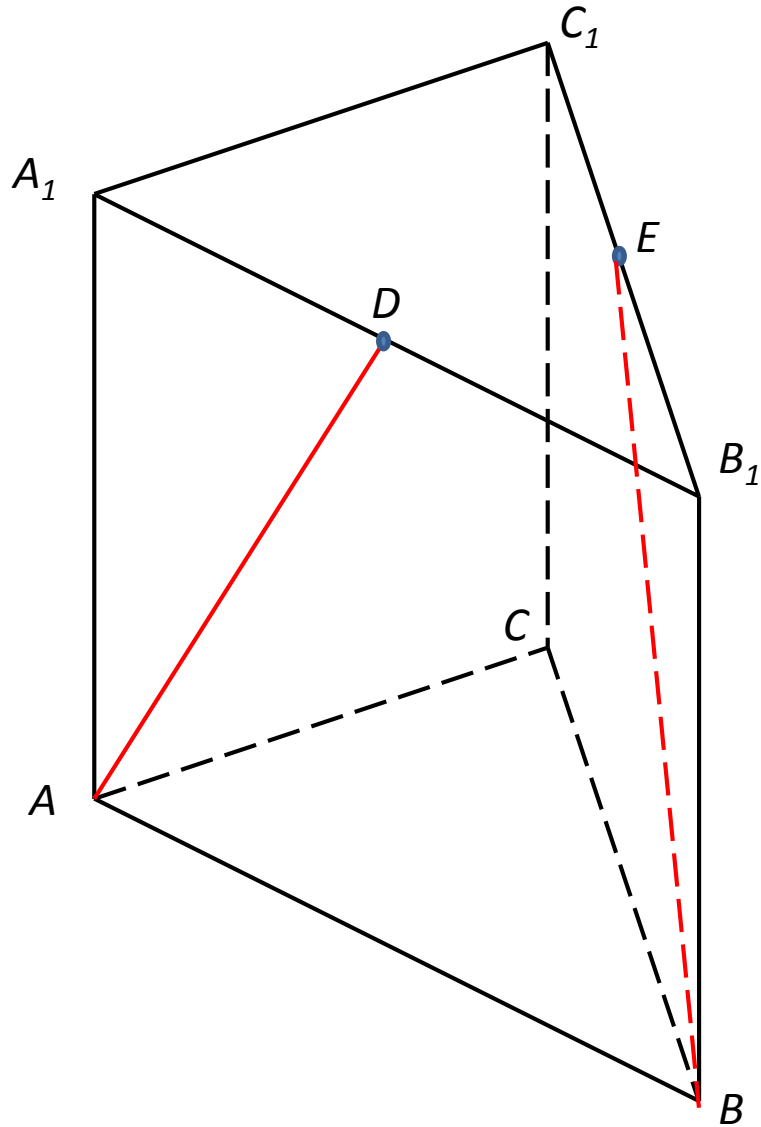
$$\overrightarrow{KA_1} \{-1; 0; 2\}$$

$$Q \left(2; \frac{3}{2}; \frac{1}{2} \right)$$

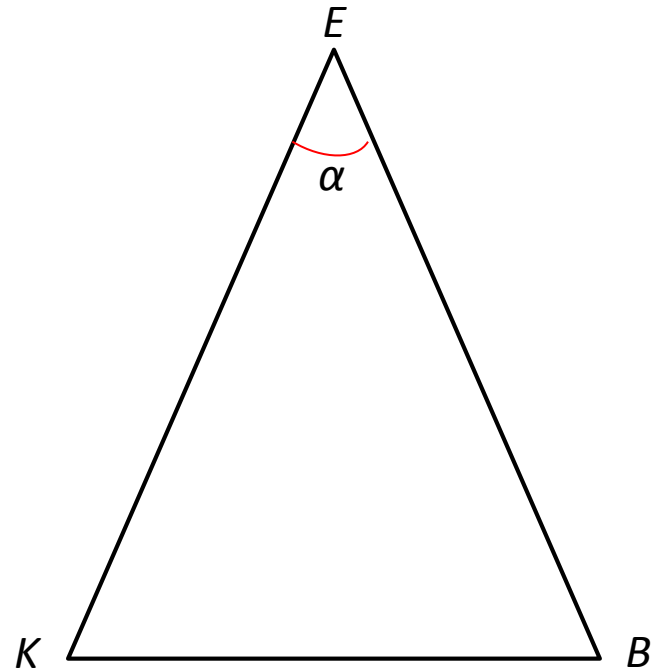
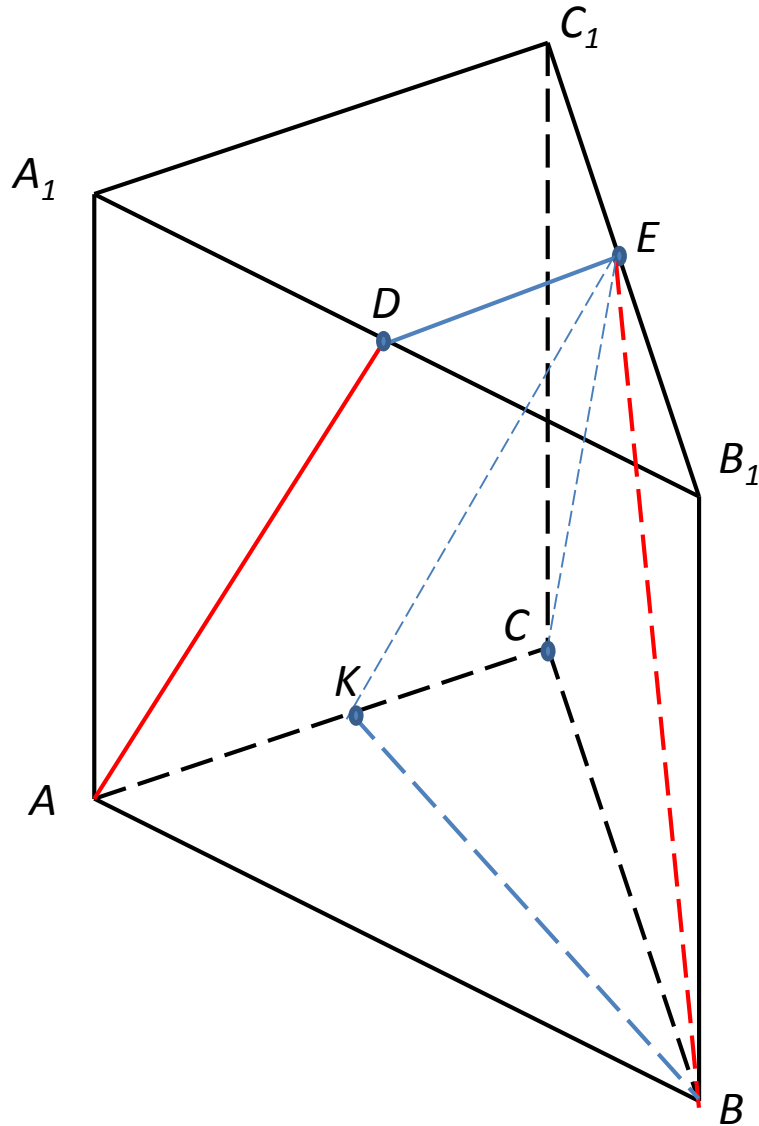
$$\overrightarrow{KQ} \left\{ 1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

$$\overrightarrow{KA_1} \cdot \overrightarrow{KQ} = (-1) \cdot 1 + 0 \cdot \frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}$$

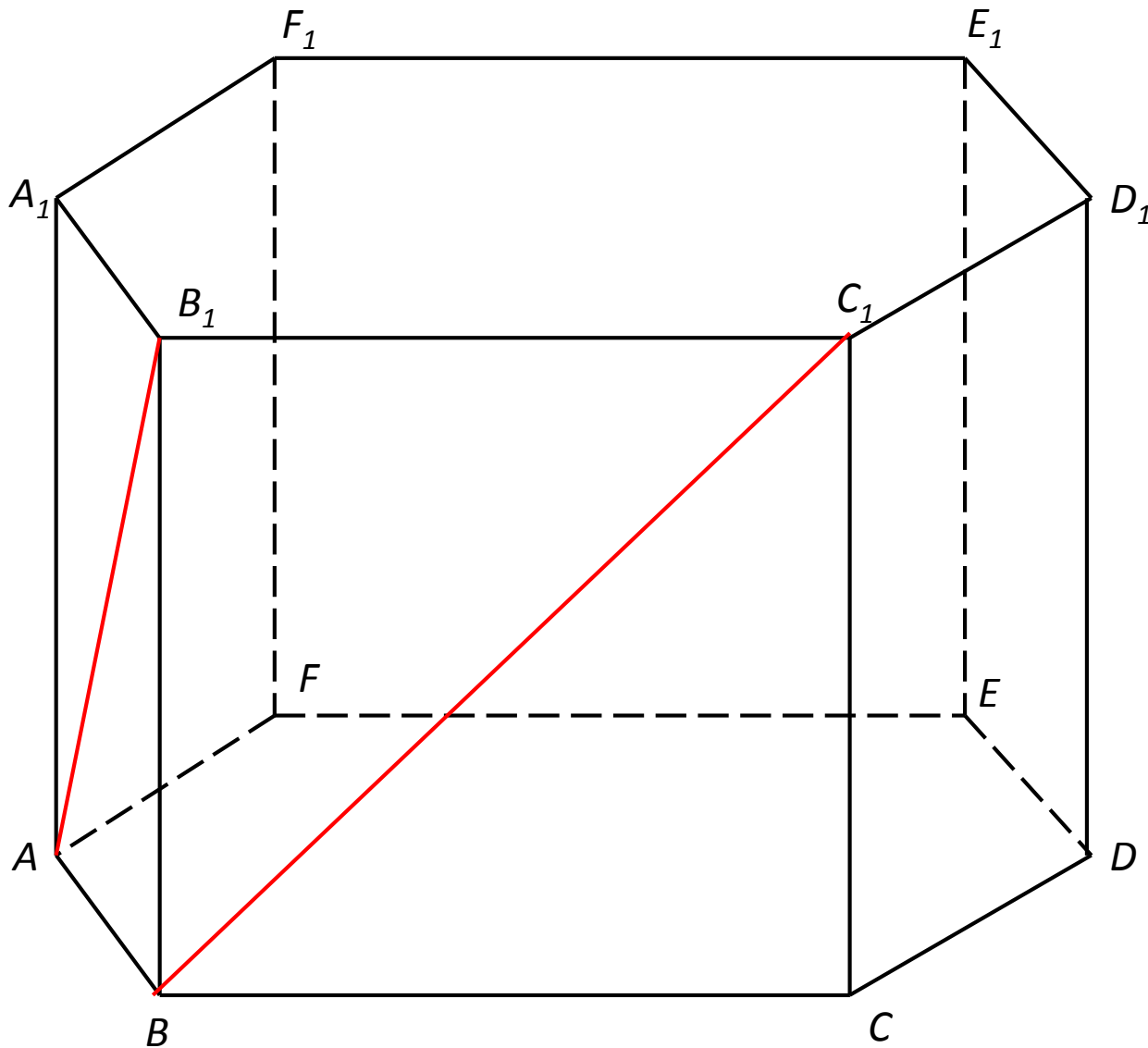
Задача № 4 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 1, точки D и E – середины рёбер соответственно A_1B_1 и B_1C_1 . Найти косинус угла между прямыми AD и BE .



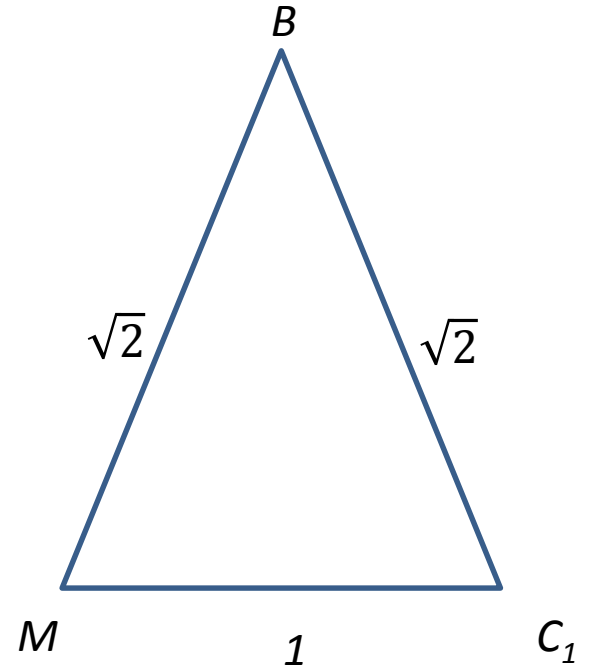
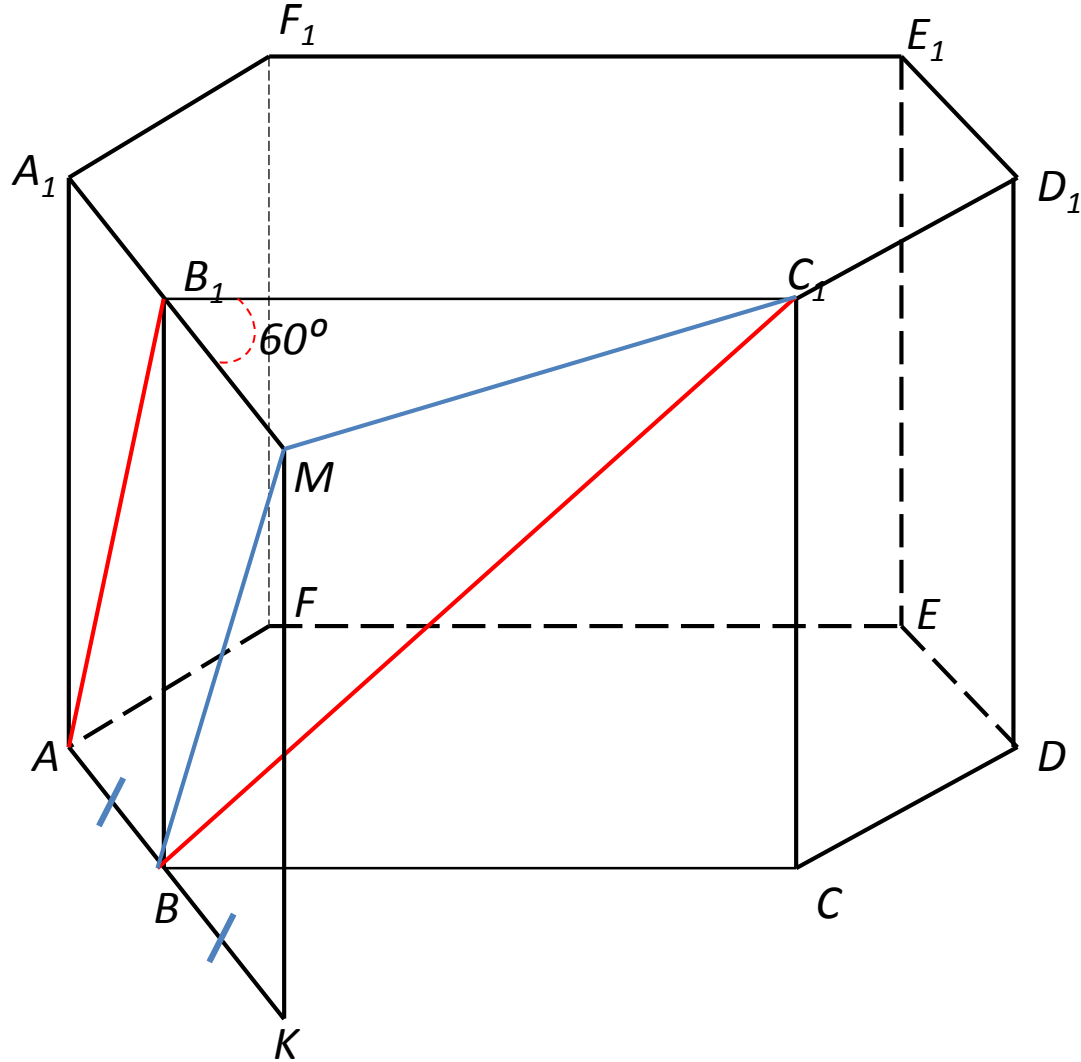
Задача № 4 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 1, точки D и E – середины рёбер соответственно A_1B_1 и B_1C_1 . Найти косинус угла между прямыми AD и BE .



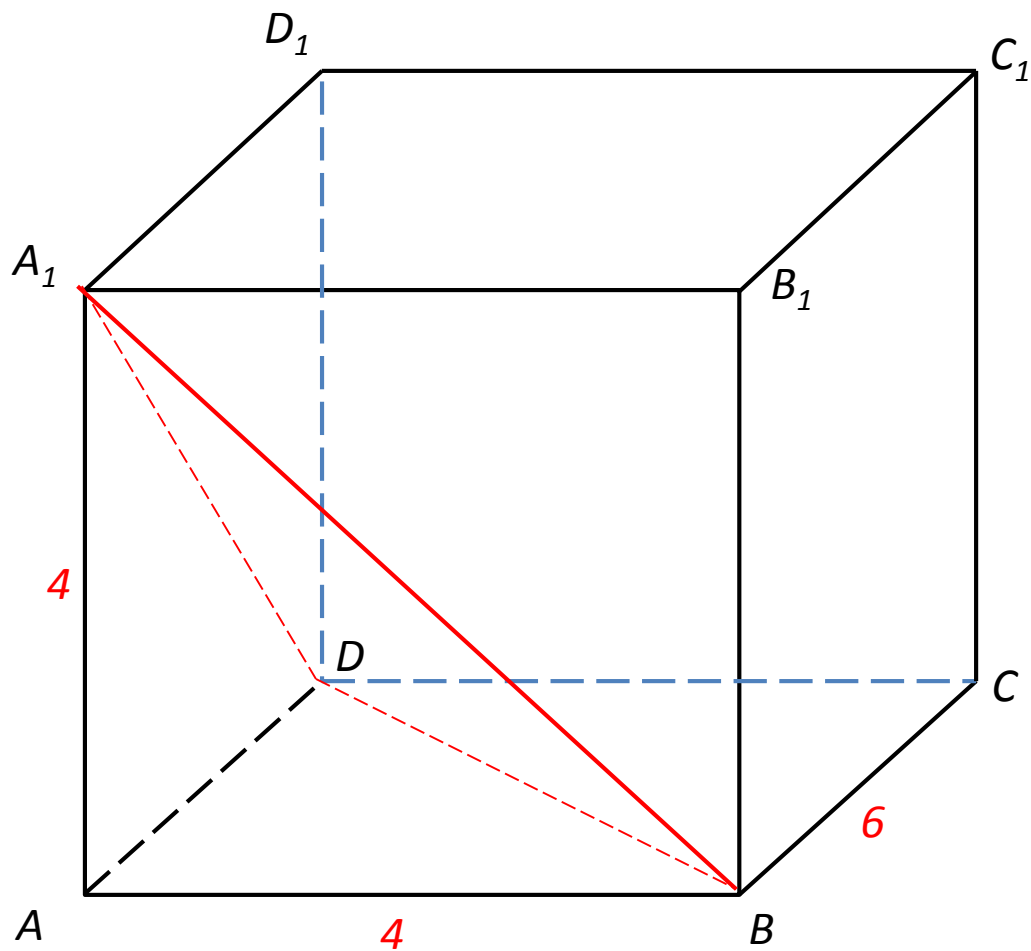
Задача № 5 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 1, найти косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 .



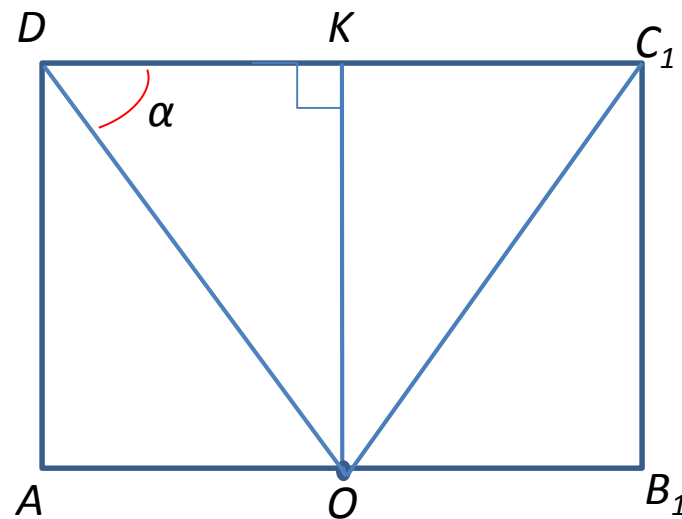
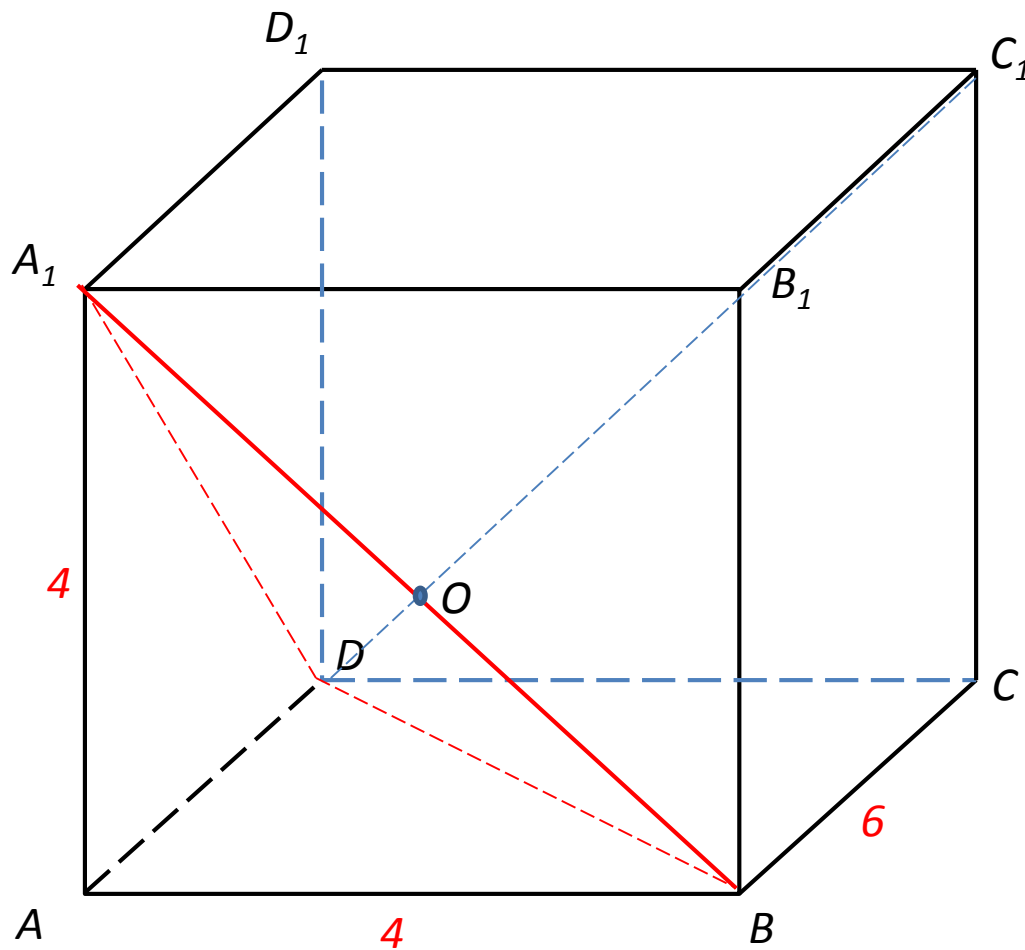
Задача № 5 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 1, найти косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 .



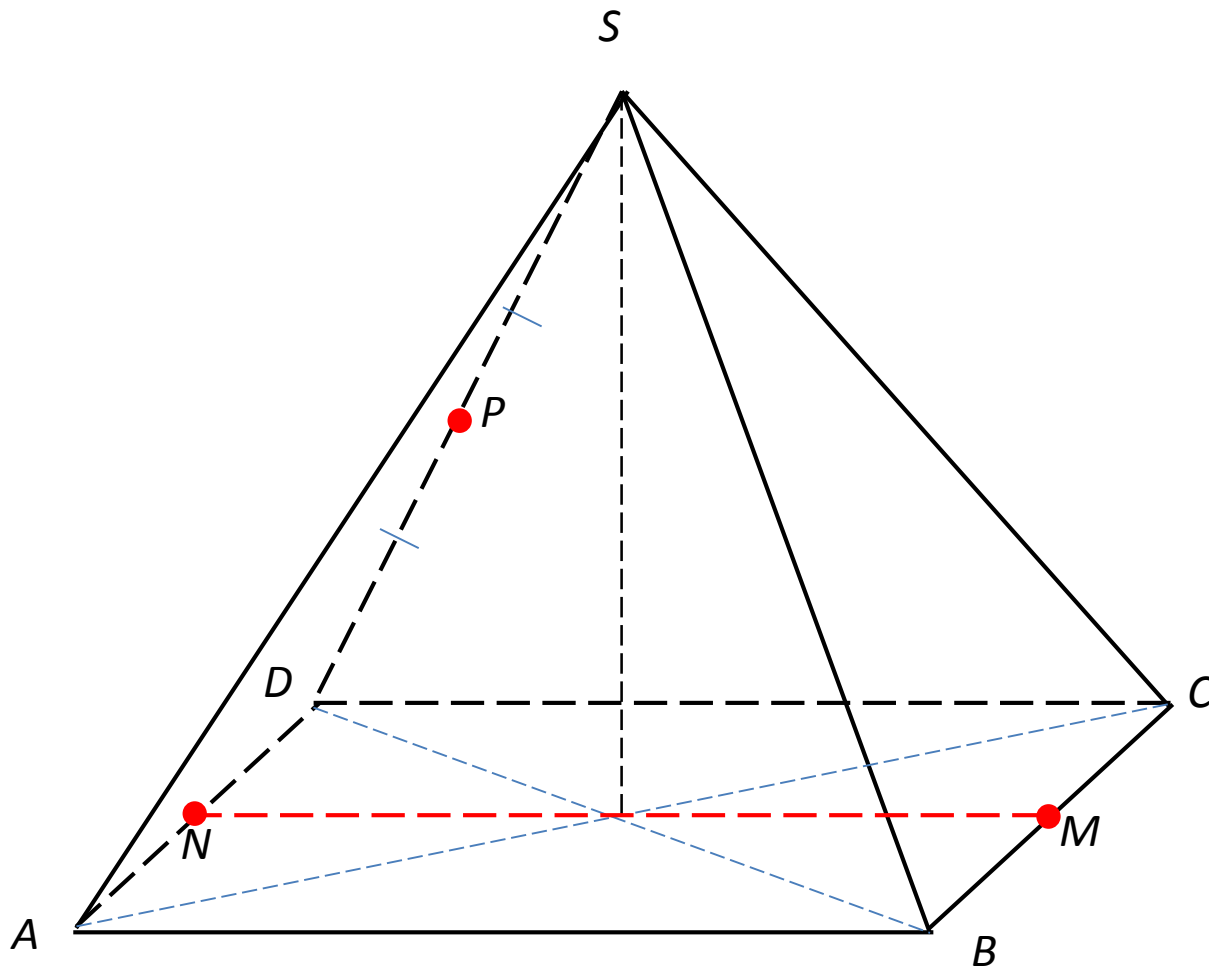
Задача № 6 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4$; $BC = 6$; $CC_1 = 4$, найти тангенс угла между плоскостями CDD_1 и BDA_1



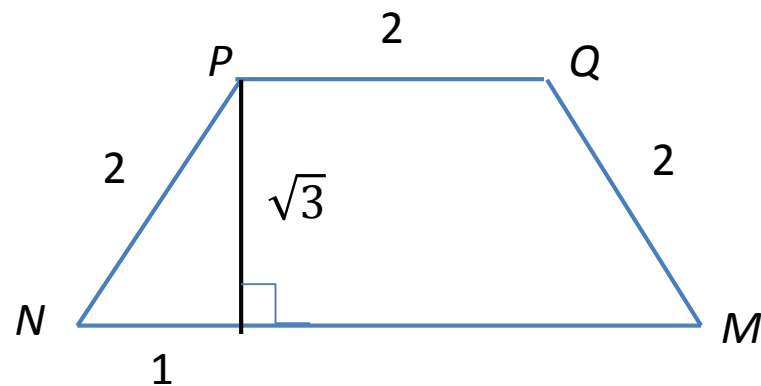
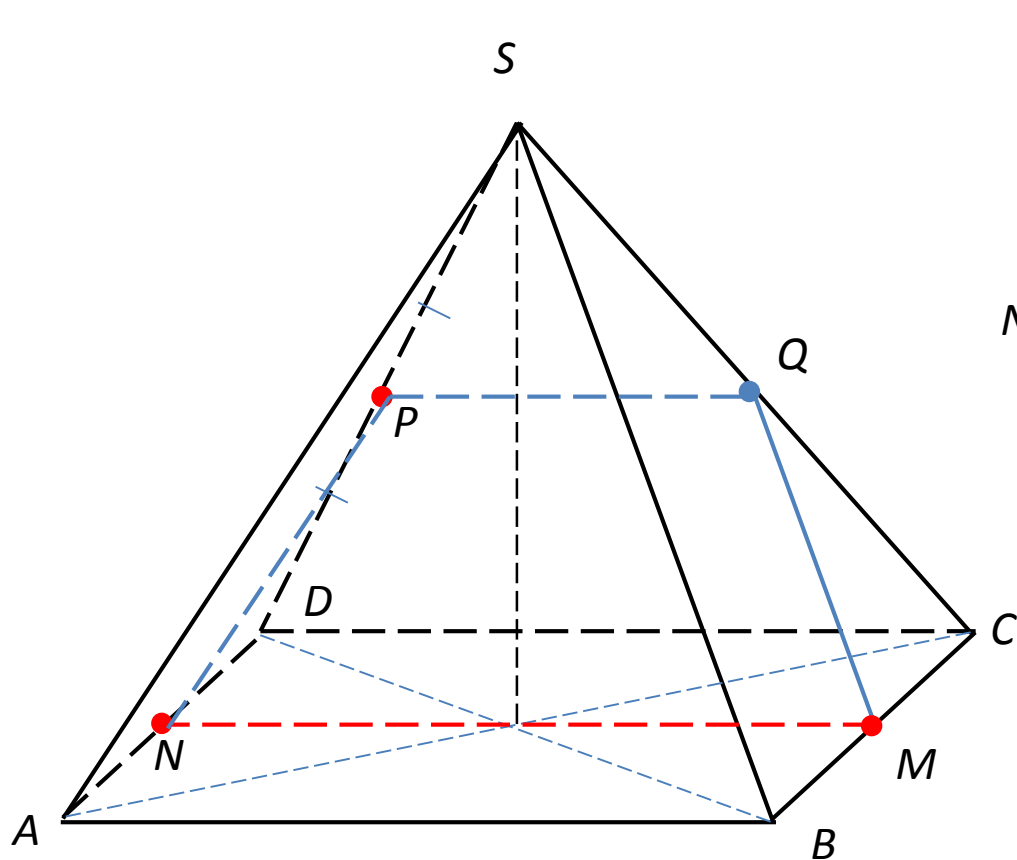
Задача № 6 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4$; $BC = 6$; $CC_1 = 4$, найти тангенс угла между плоскостями CDD_1 и BDA_1



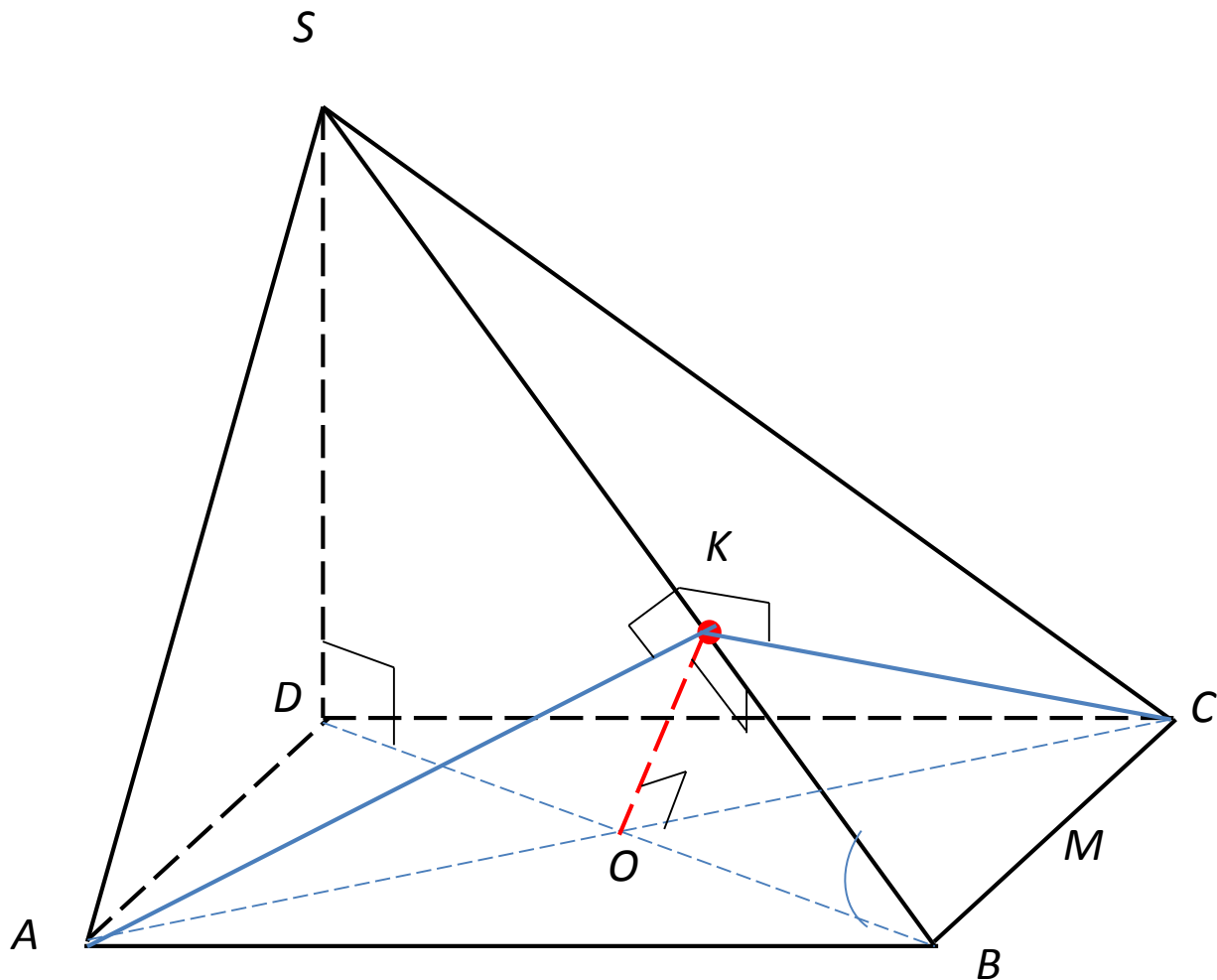
Задача № 7 Все ребра правильной четырёхугольной пирамиды имеют одинаковую длину 4. Секущая плоскость проходит через середины двух противоположных сторон основания – точки M и N , а также – через середину бокового ребра SD - точку P . Найти площадь сечения данной пирамиды данной плоскостью.



Задача № 7 Все ребра правильной четырёхугольной пирамиды имеют одинаковую длину 4. Секущая плоскость проходит через середины двух противоположных сторон основания – точки M и N , а также – через середину бокового ребра SD - точку P . Найти площадь сечения данной пирамиды данной плоскостью.



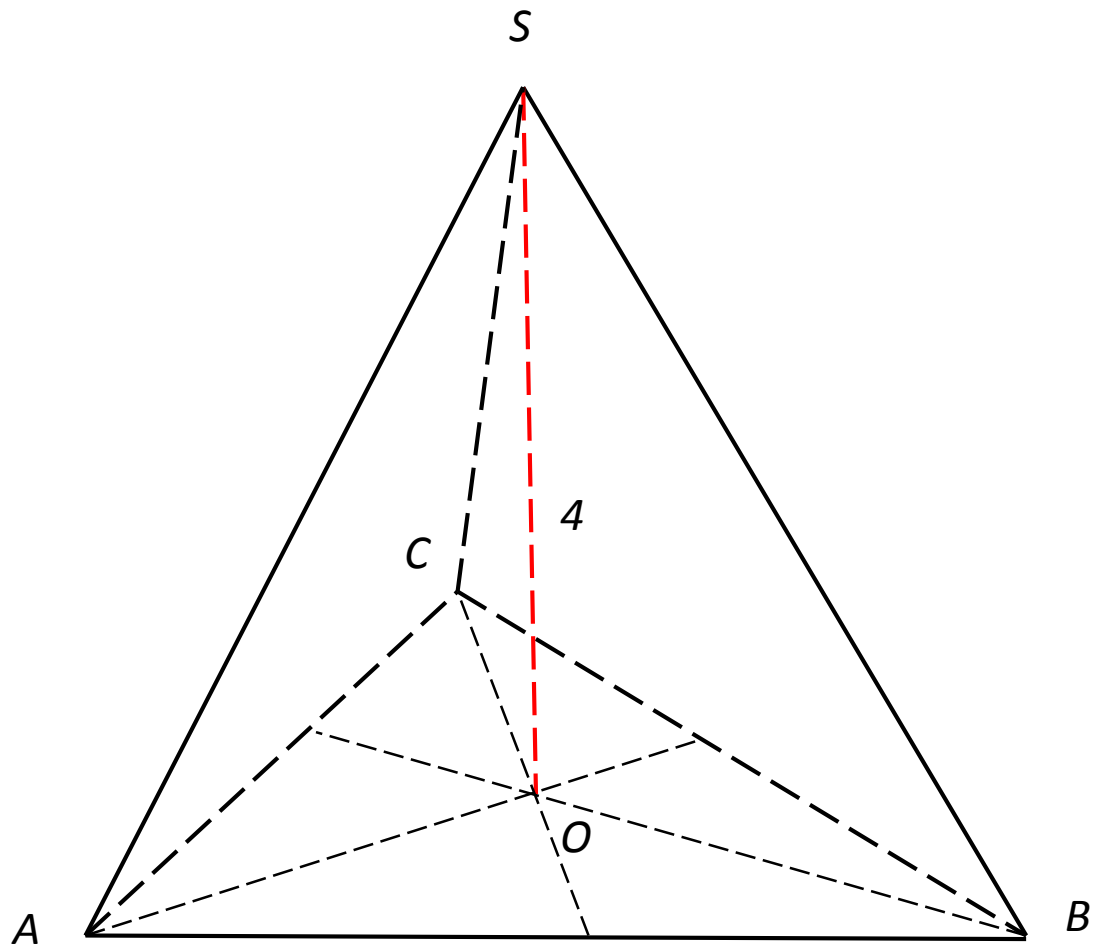
Задача № 8 Основанием четырёхугольной пирамиды является квадрат $ABCD$, высота её равна 1. Боковое ребро пирамиды SD перпендикулярно плоскости её основания. Угол между двумя смежными боковыми гранями пирамиды равен 120° . Найти объем пирамиды.



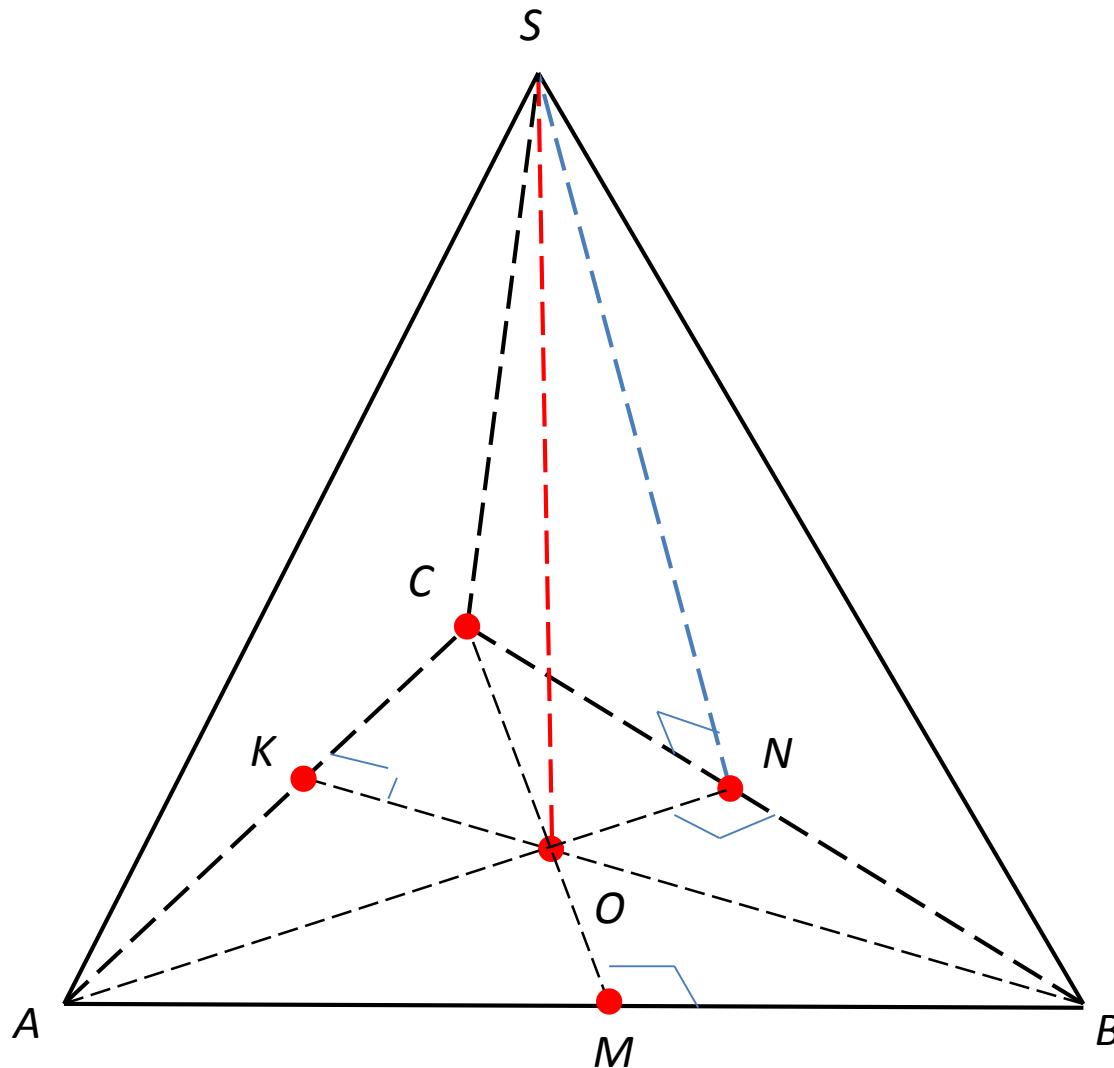
Задача № 9 В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ —равнобедренная трапеция с основаниями $AD=12$ и $BC=6$, боковой стороной $AB=5$. Высота пирамиды равна 8 и её основание O —точка пересечения продолжений боковых сторон трапеции. Найти наименьший из всех углов наклона боковых граней пирамиды к плоскости её основания.



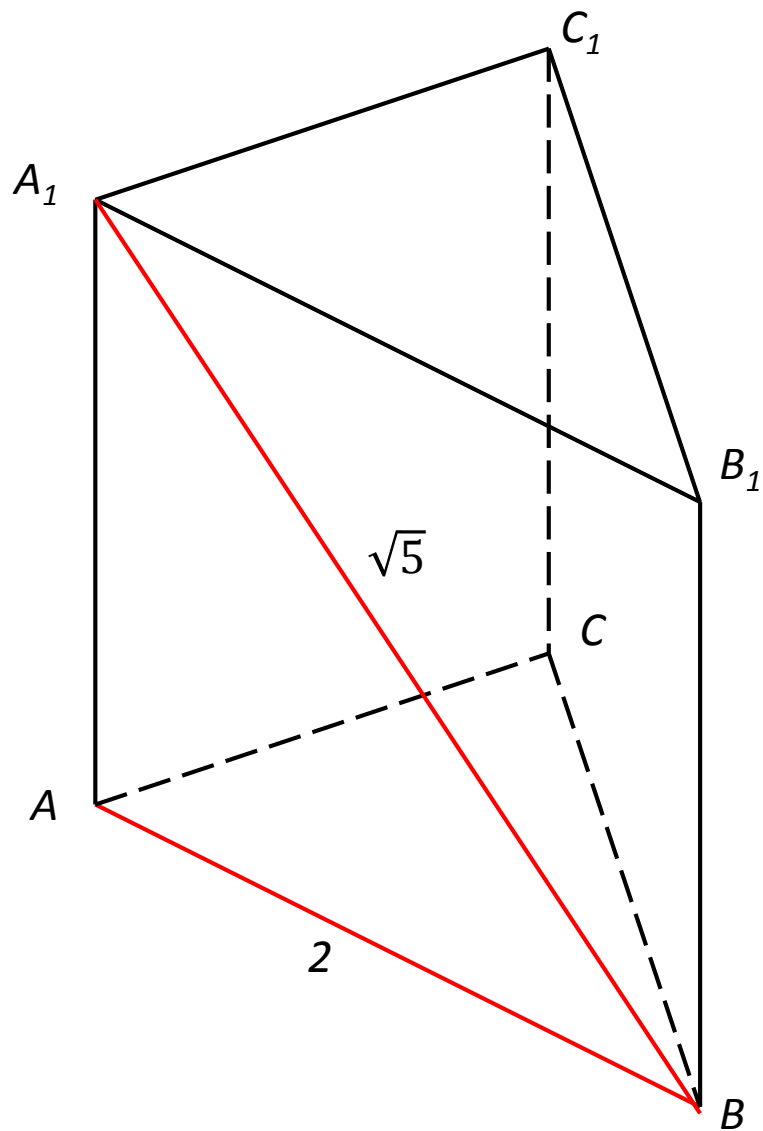
Задача № 10 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ все рёбра одинаковой длины, а высота SO равна 4. Найти площадь полной поверхности пирамиды.



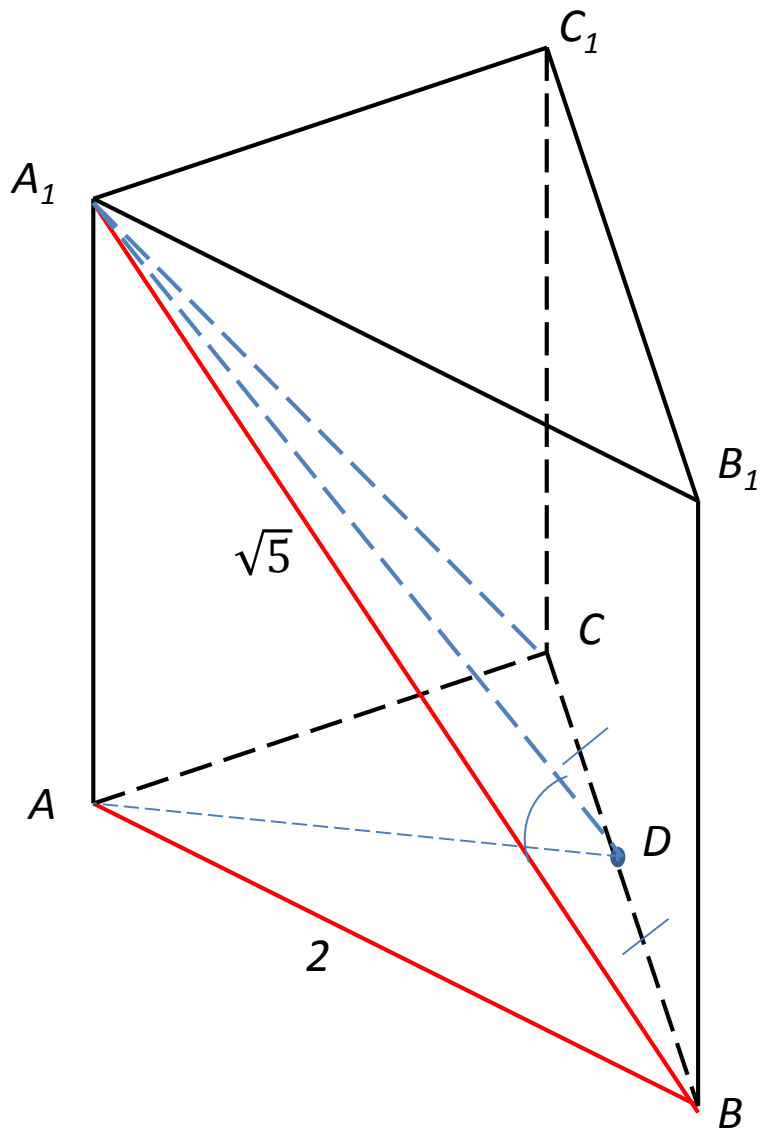
Задача № 10 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ все рёбра одинаковой длины, а высота SO равна 4. Найти площадь полной поверхности пирамиды.



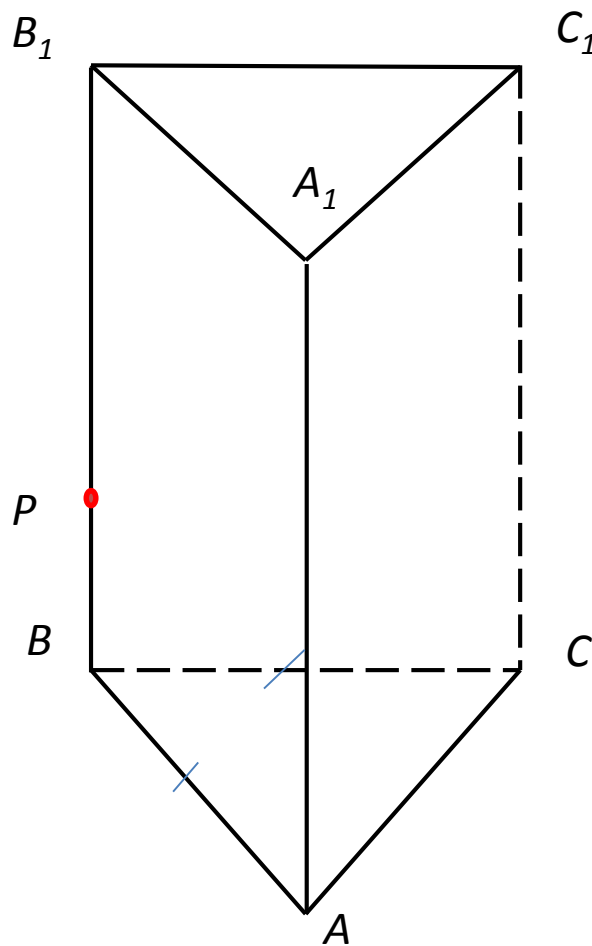
Задача № 11 Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{5}$. Найти угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.



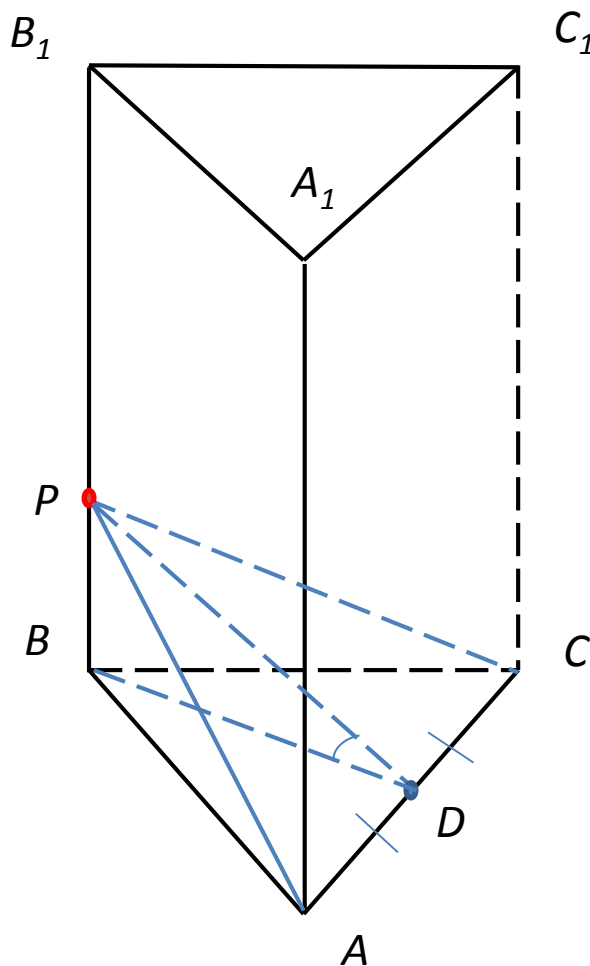
Задача № 11 Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{5}$. Найти угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.



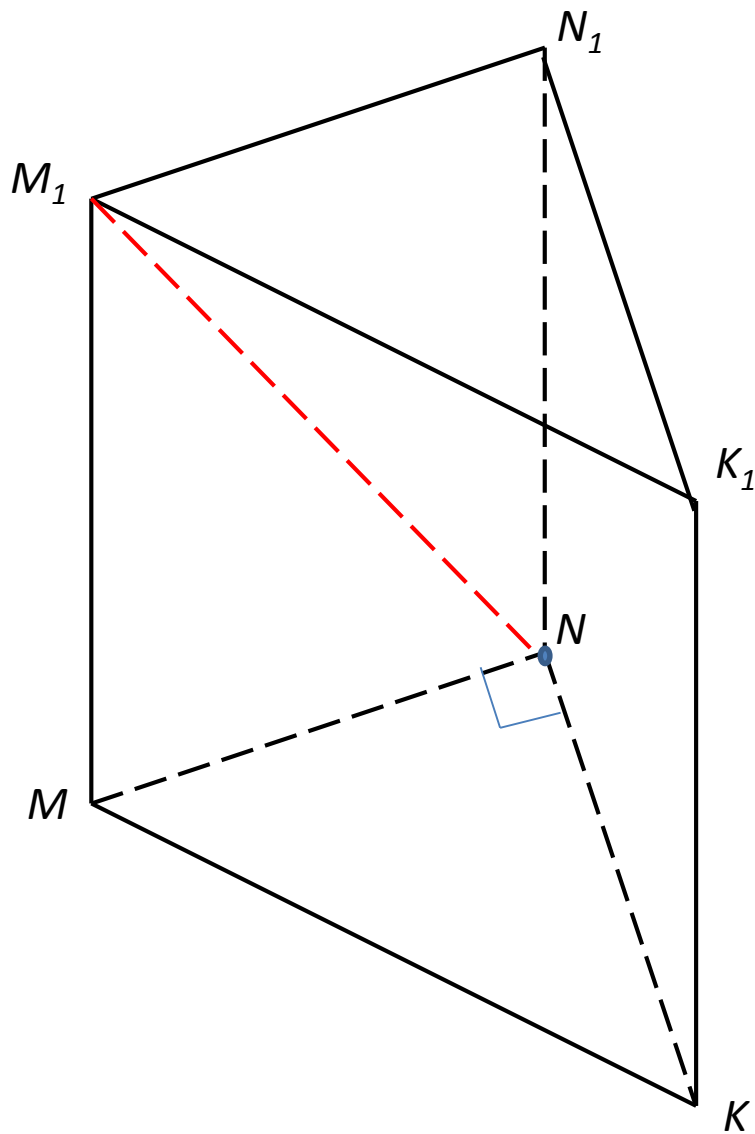
Задача № 12 Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB=BC = 20$; $AC=32$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P принадлежит ребру BB_1 , причём $BP:PB_1 = 1:3$. Найти тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .



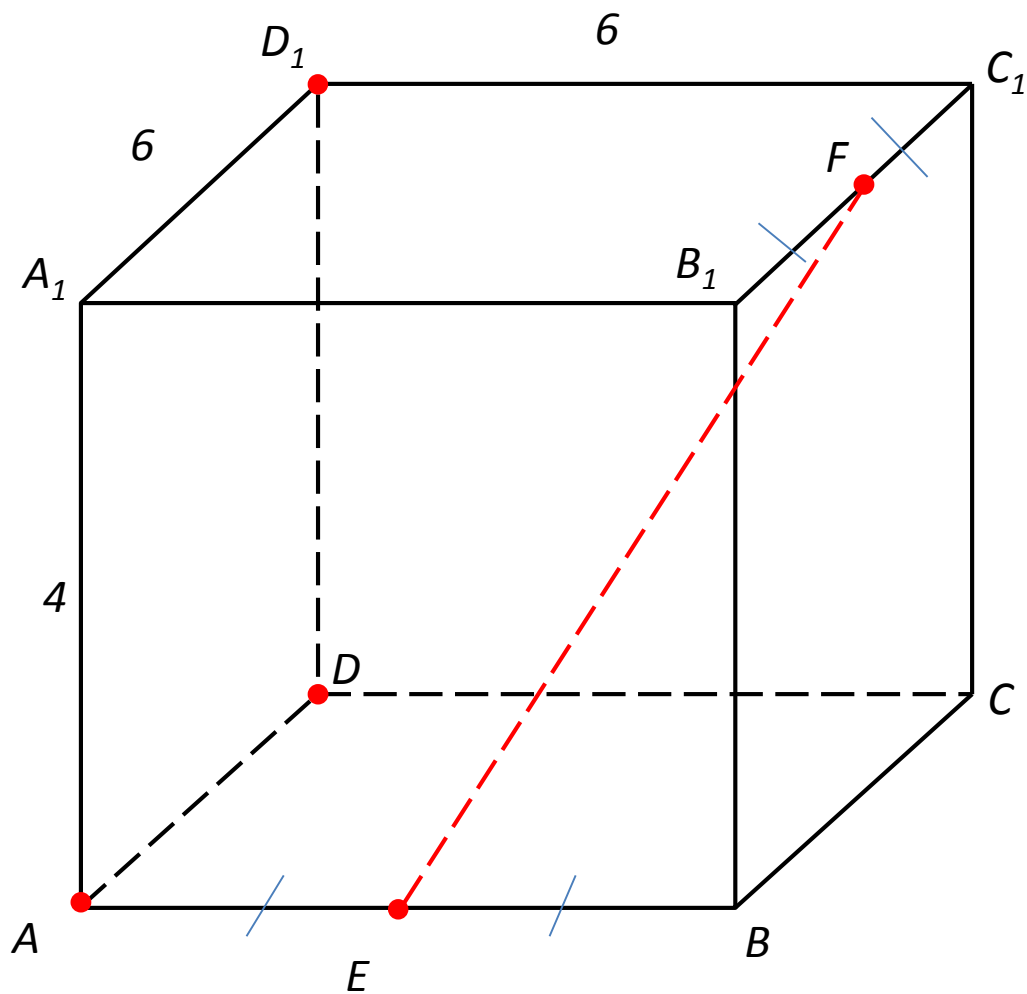
Задача № 12 Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB=BC = 20$; $AC=32$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P принадлежит ребру BB_1 , причём $BP:PB_1 = 1:3$. Найти тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .



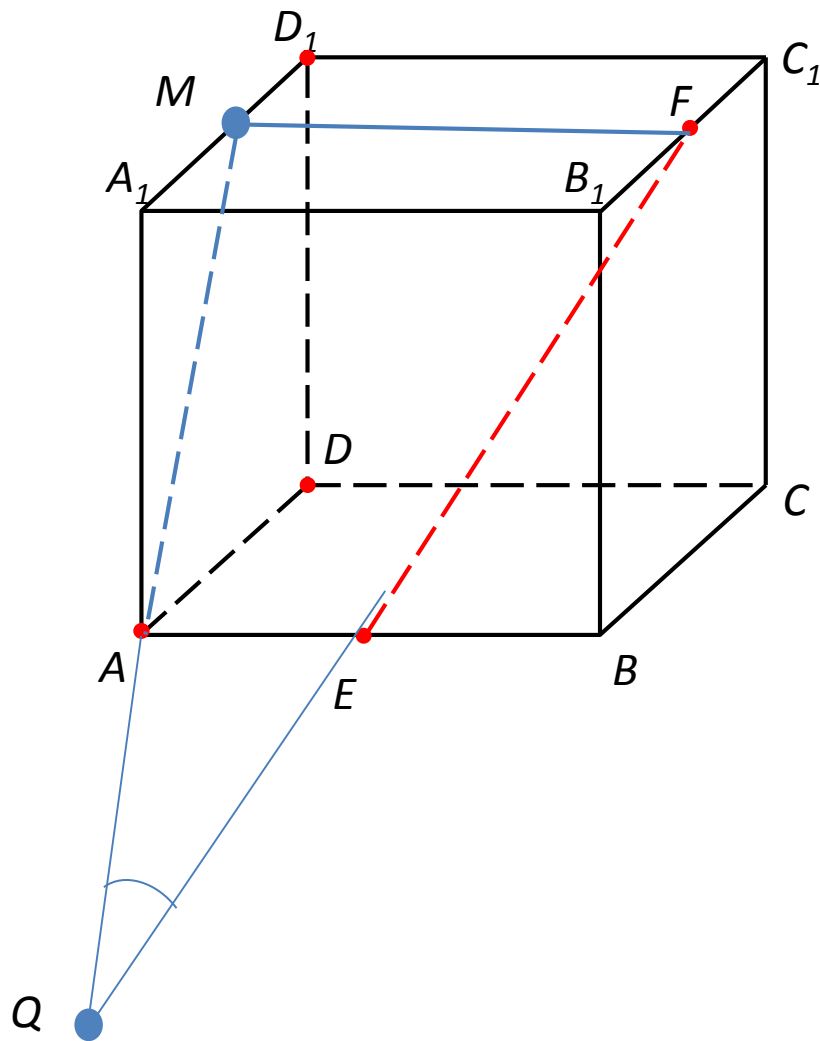
Задача № 13 В основании прямой призмы $MNKM_1N_1K_1$ лежит прямоугольный треугольник MNK , у которого угол N равен 90° , угол M равен 60° , $NK=18$. Диагональ боковой грани M_1N составляет угол 30° с плоскостью MM_1K_1 . Найти высоту призмы.



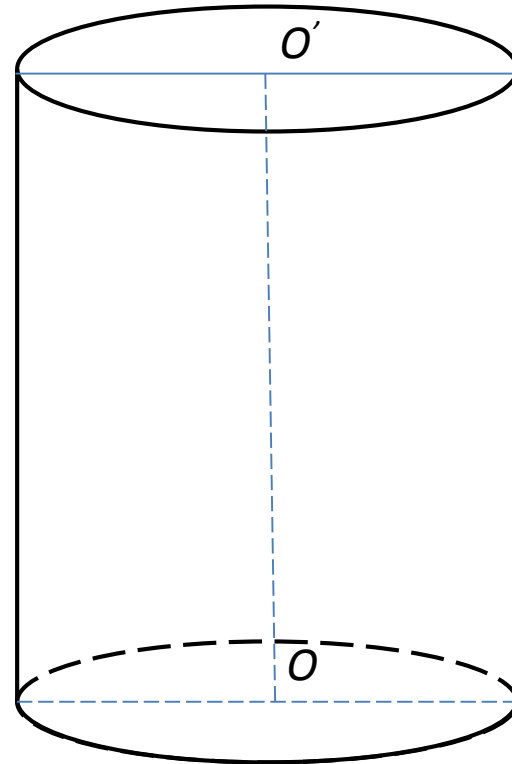
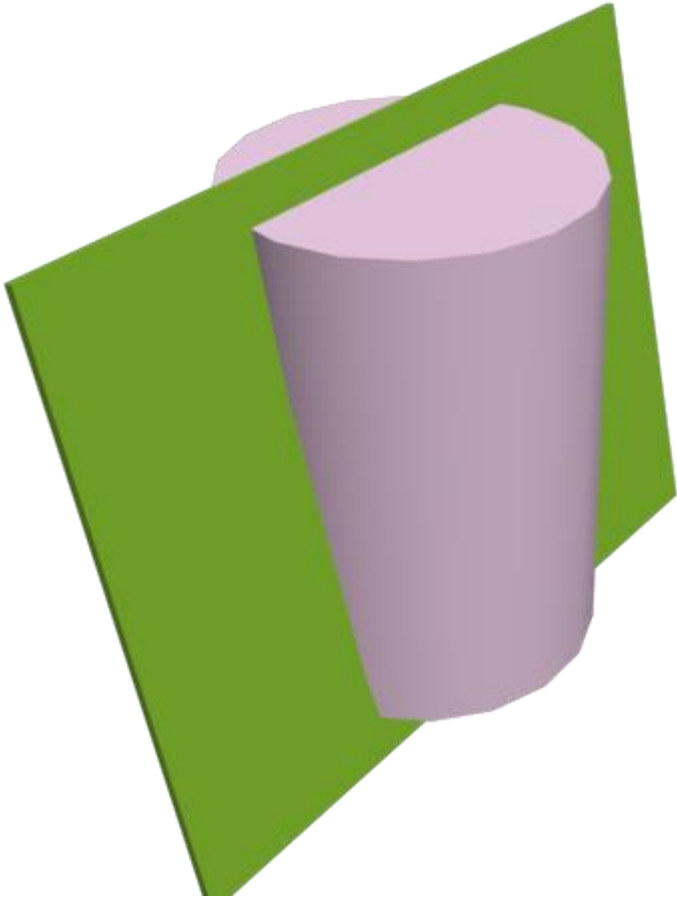
Задача № 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AA_1 = 4$; $A_1 D_1 = 6$; $C_1 D_1 = 6$ найти тангенс угла между плоскостью ADD_1 и прямой EF , проходящей через середины рёбер AB и $B_1 C_1$.



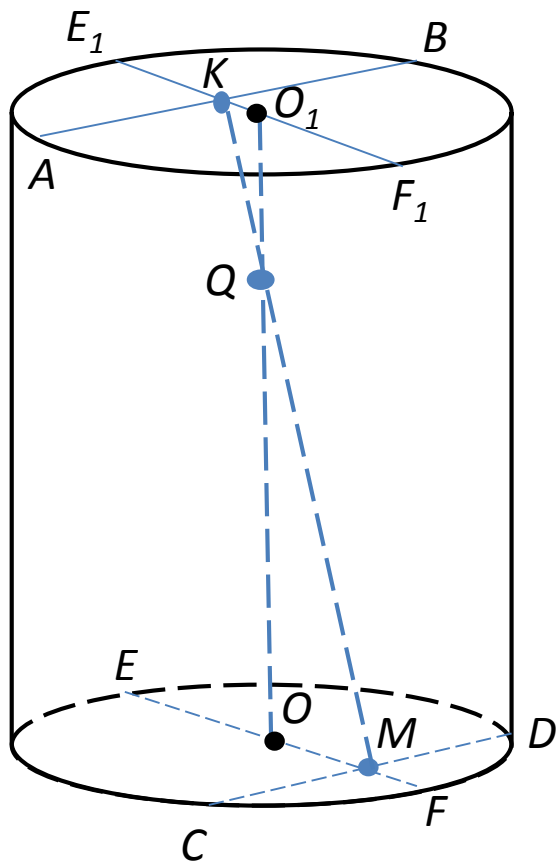
Задача № 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AA_1 = 4$; $A_1 D_1 = 6$; $C_1 D_1 = 6$ найти тангенс угла между плоскостью ADD_1 и прямой EF , проходящей через середины рёбер AB и $B_1 C_1$.



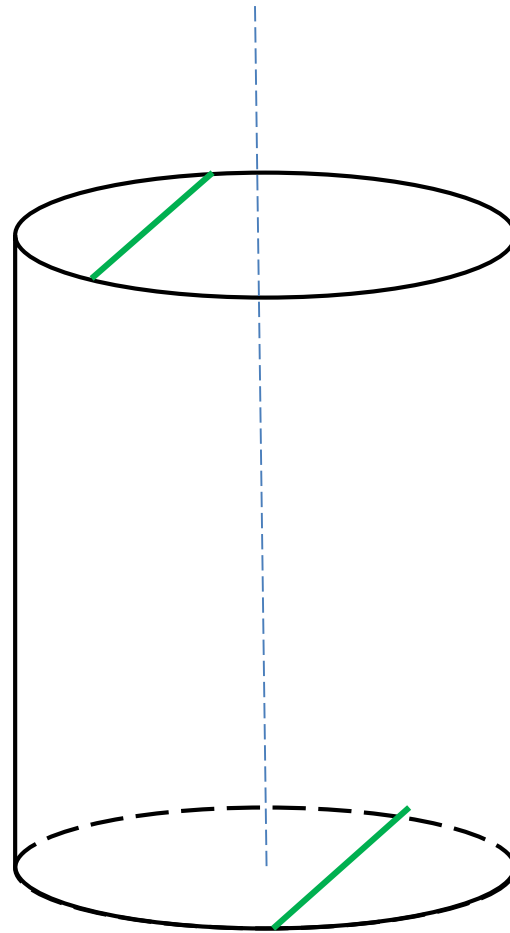
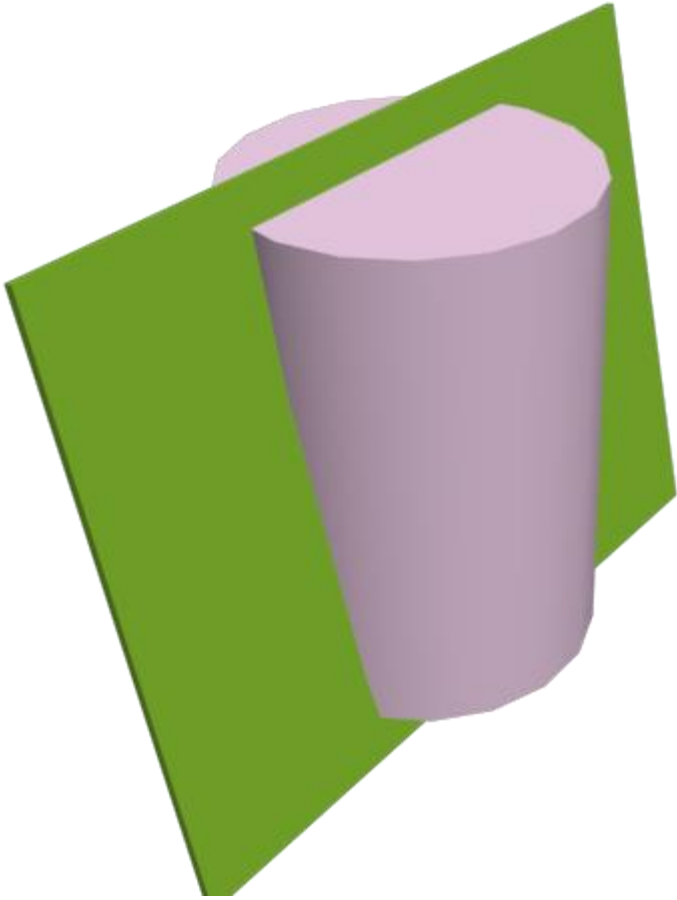
Задача № 15 Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найти тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.



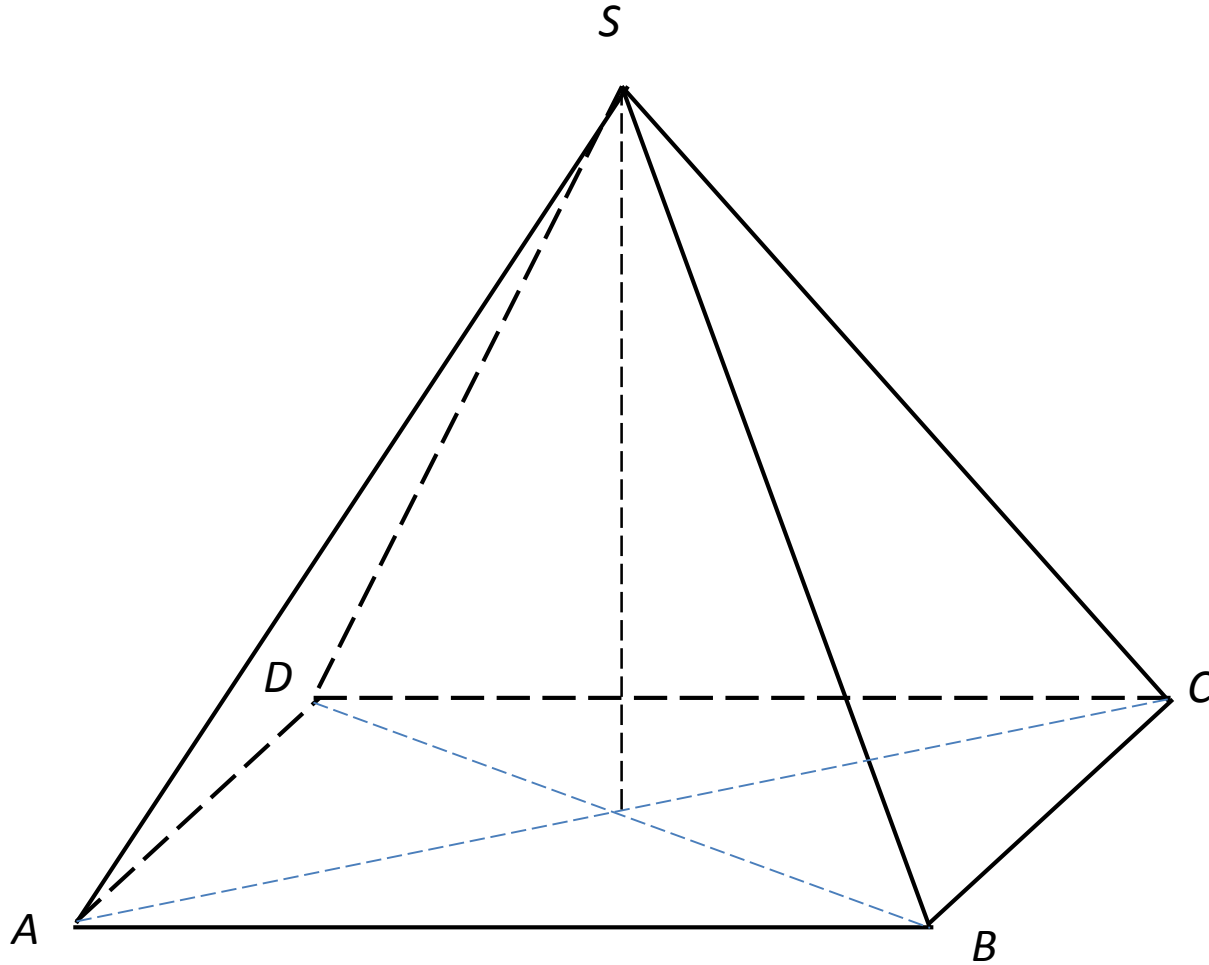
Задача № 15 Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найти тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.



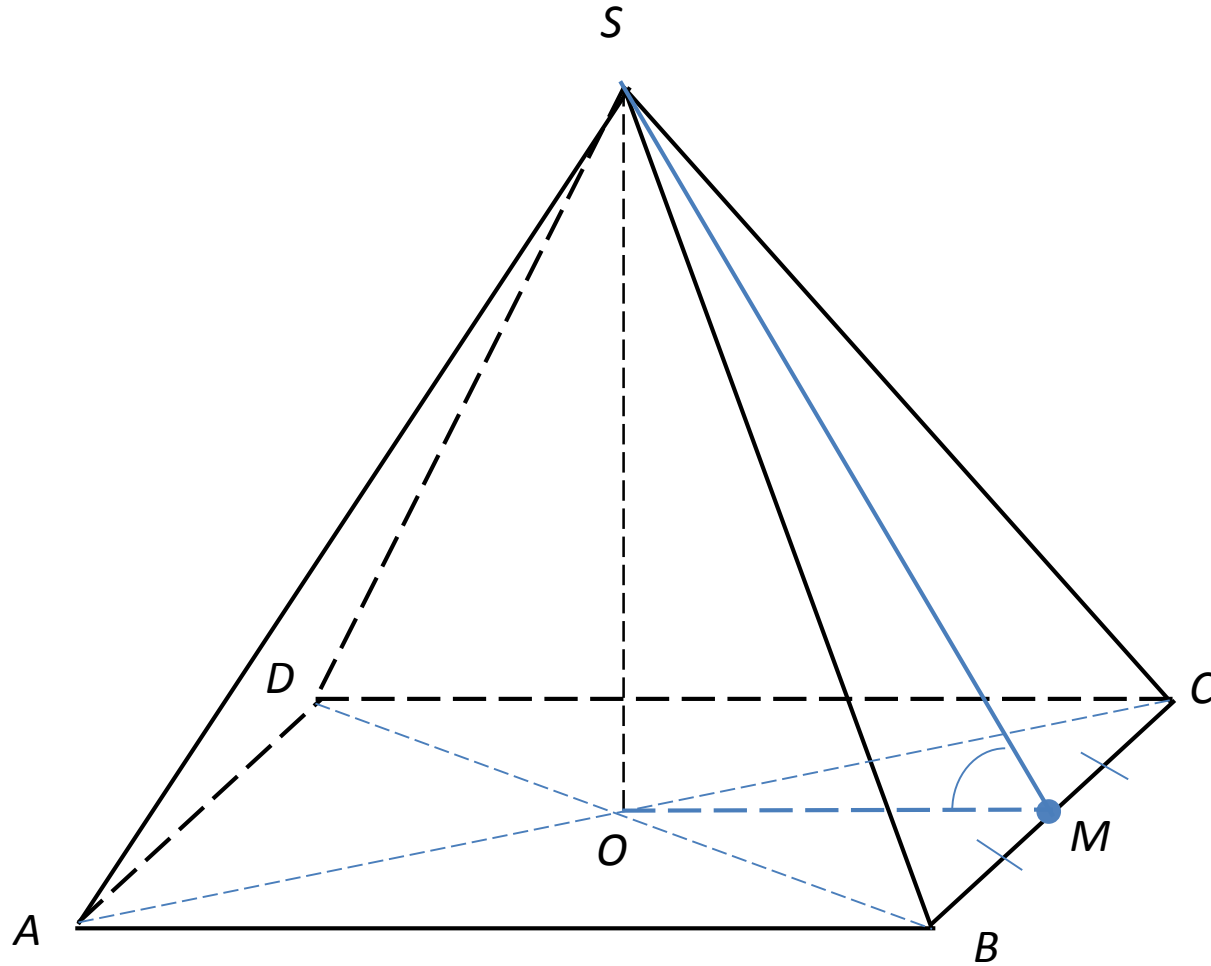
Задача № 16 Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28, плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найти тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.



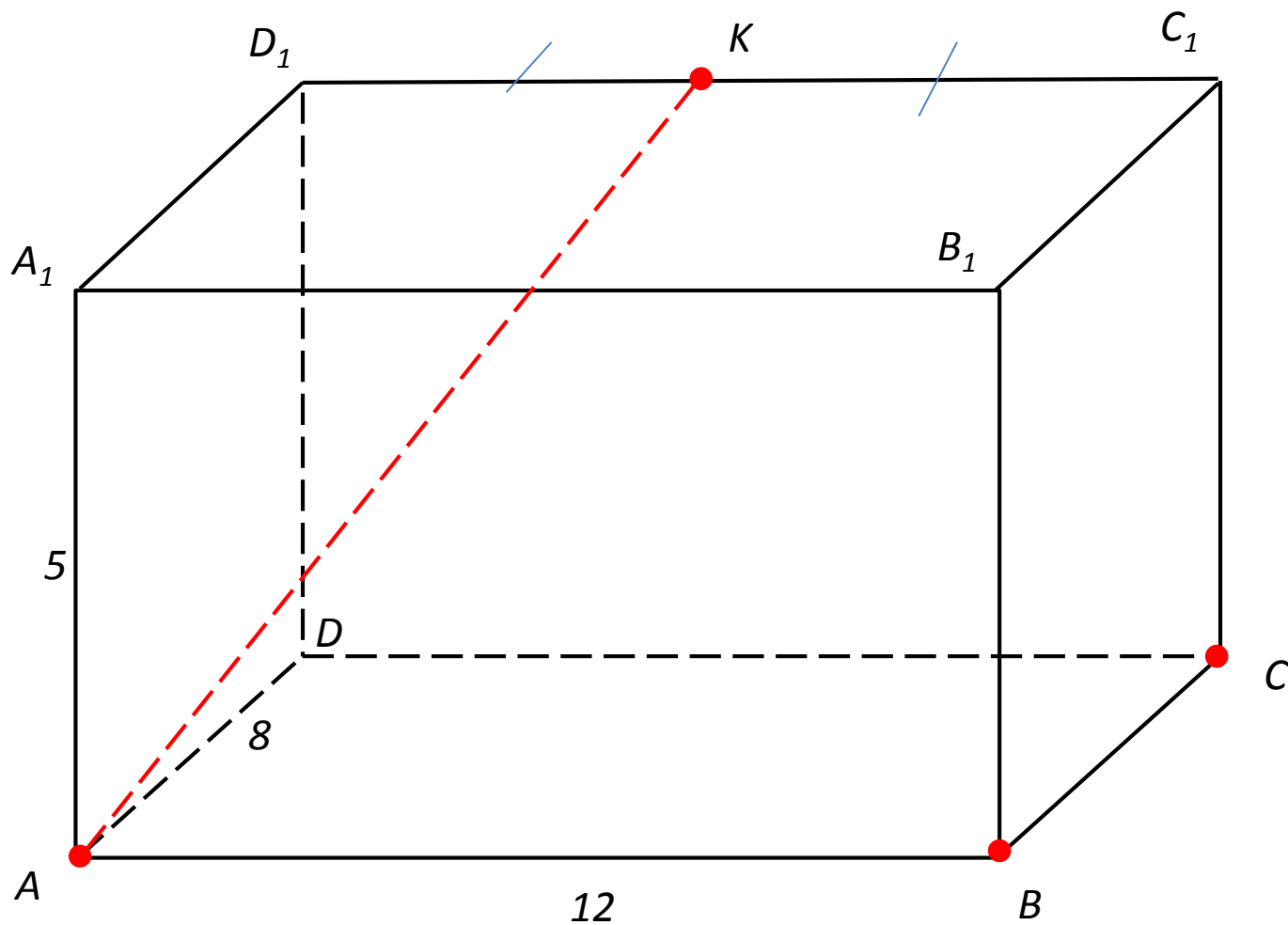
Задача № 17 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$, все рёбра которой равны 1, найти косинус угла между плоскостями ABC и BCS .



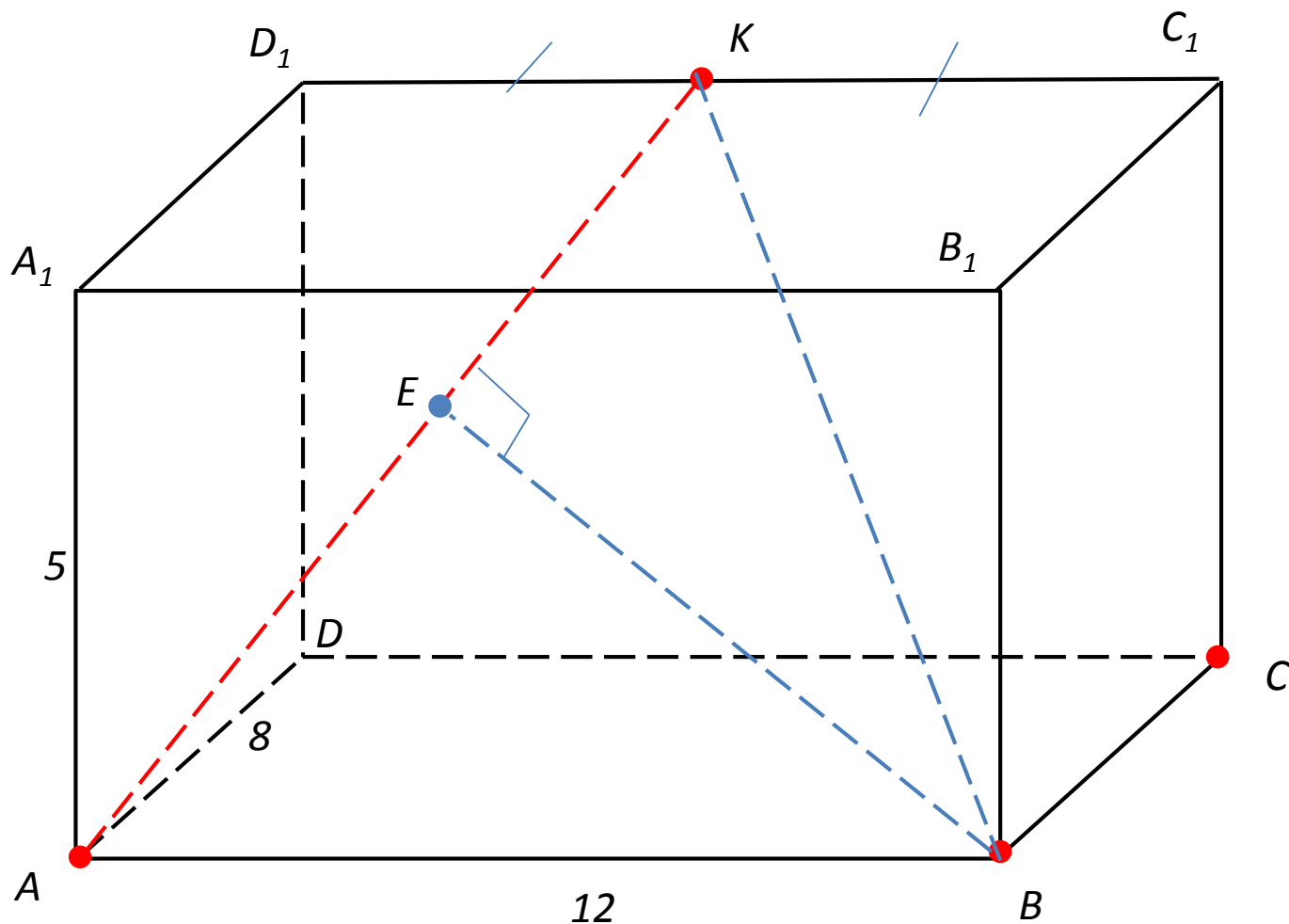
Задача № 17 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$, все рёбра которой равны 1, найти косинус угла между плоскостями ABC и BCS .



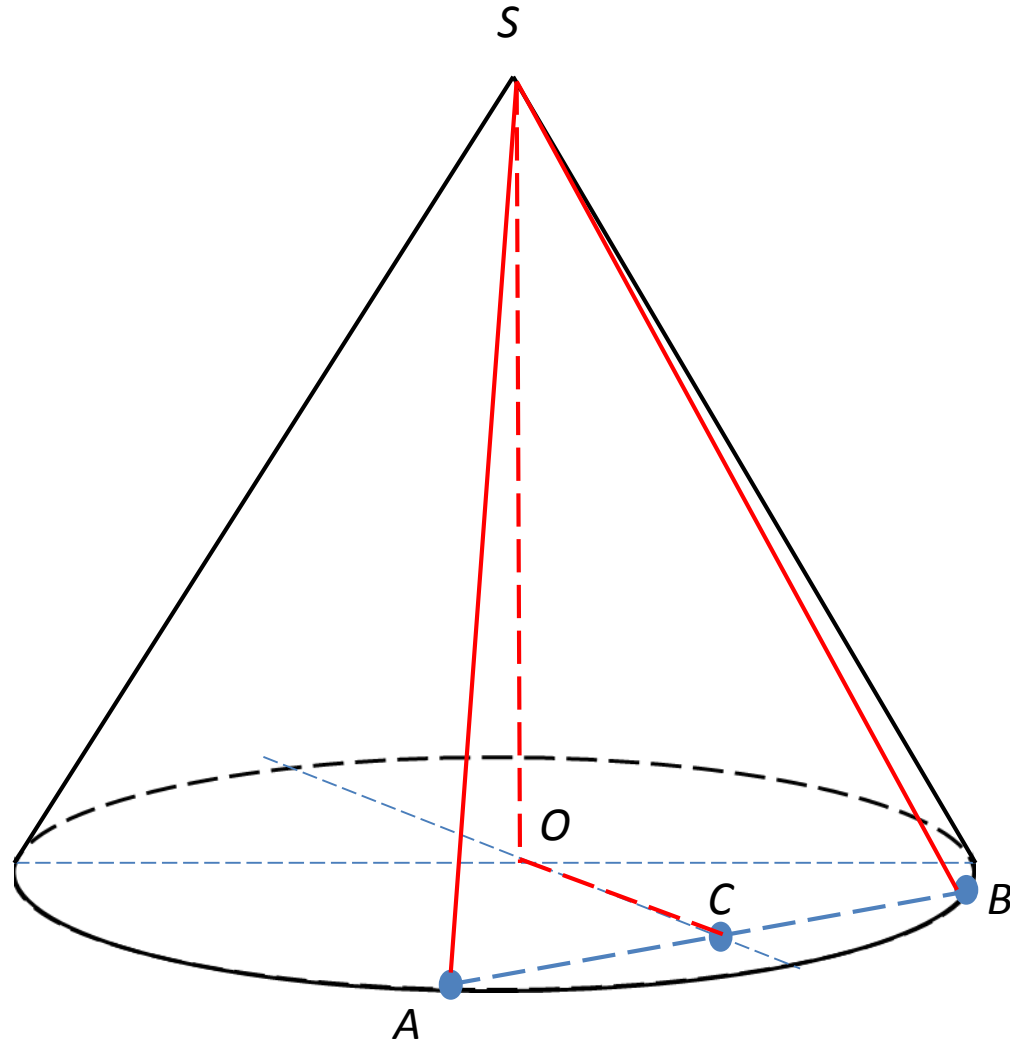
Задача № 18 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер $AA_1 = 5$; $AB = 12$; $AD = 8$. Найти тангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK , если K – середина ребра $C_1 D_1$.



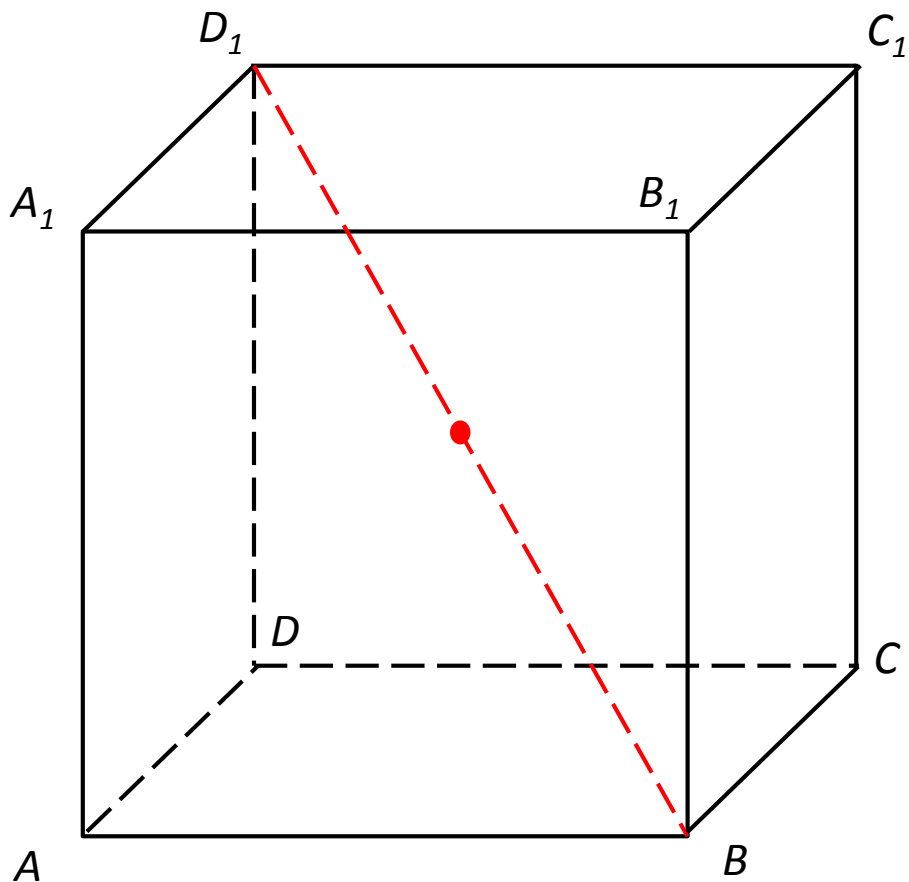
Задача № 18 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер $AA_1 = 5$; $AB = 12$; $AD = 8$. Найти тангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK , если K – середина ребра $C_1 D_1$.

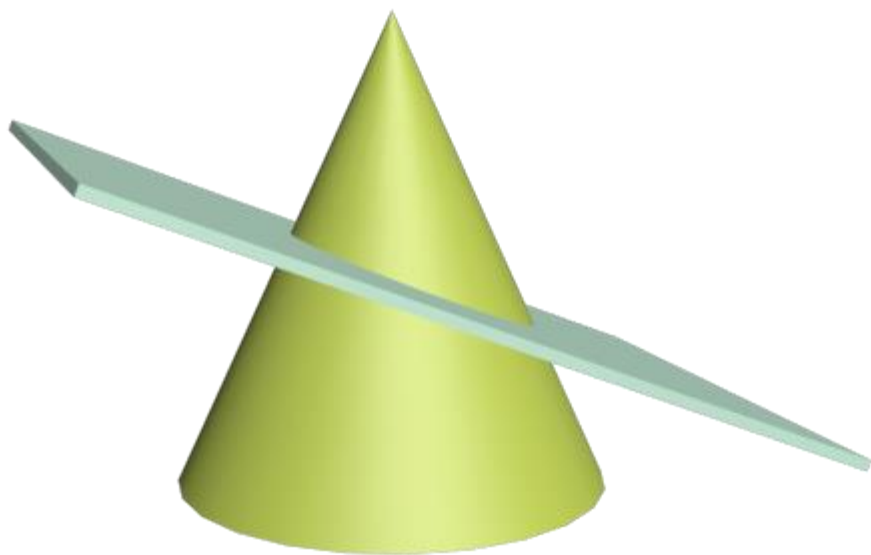
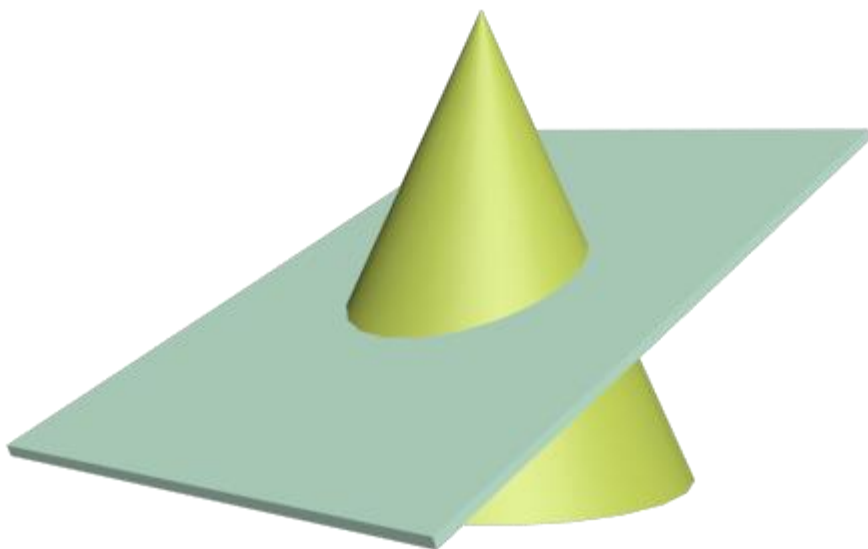
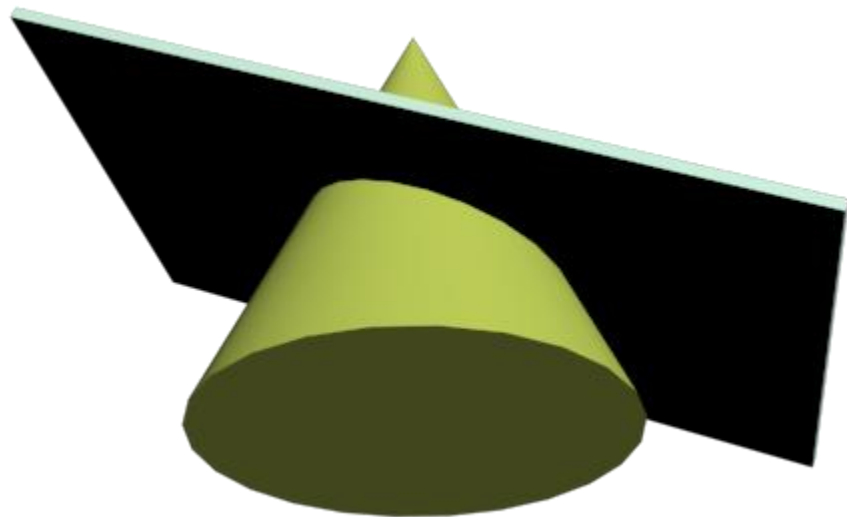


Задача № 19 В конусе высота равна 12, а образующая 13. Найти площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через его вершину и хорду основания, перпендикулярной ей радиус на расстоянии 4 от центра основания.



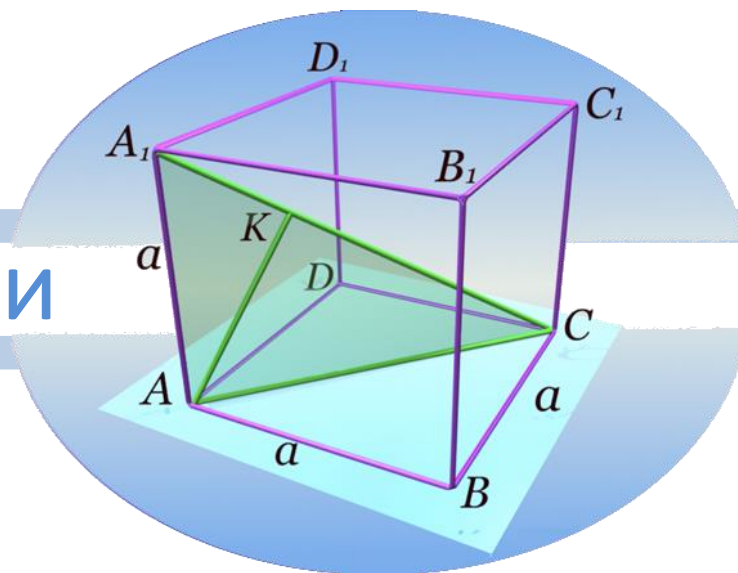
Задача № 20 Ребро куба имеет длину 1. Найти площадь сечения куба плоскостью, проходящей через середину его диагонали перпендикулярно ей.





Задачи

по стереометрии



Ермак Елена Анатольевна,
доктор педагогических наук,
профессор кафедры математического
анализа и методики обучения математике
Псковского государственного университета