

Кубок Псковской области по программированию среди школьников - 2016
Разбор задач отборочного тура

А. Задача

Обозначим время встречи велосипедистов как t . Ответ вычисляется по формуле:

$$t = \frac{S}{v_1 + v_2}$$

Нужно обратить внимание на единицы измерения: скорость дана в км/ч, расстояние в метрах (нужно перевести в километры), ответ требуется в секундах (нужно перевести из часов).

Ответ при выводе нужно отформатировать так, чтобы после запятой было не меньше 6 знаков.

В. Палиндром

В этой задаче нужно было обратить внимание на то, что если строку-палиндром переписать задом наперед, то она не изменится. Поэтому можно всегда исходную строку выводить задом наперед, не проверяя, является ли она палиндромом.

`reverse(s)`

С. L-система

В этой задаче нужно K раз выполнить следующие операции:

Выделить пустую строку или массив символов (обозначим ее S). Для каждого символа из строки-аксиомы нужно определить, переменная это или константа. Если переменная - записать в S ее строку-подстановку, если константа - пропустить. Принять S новой аксиомой.

После выполнения операций K раз, вывести получившуюся аксиому.

Д. Модерация

В этой задаче нужно было обратить внимание на то, что слово заменяется полностью (подстрока, совпадающая с “запрещенным” словом, не должна заменяться).

Е. Таблица умножения

Приведем координаты вершин прямоугольника к виду:

- x_a, y_b - координаты левой верхней вершины
- x_b, y_b - координаты правой нижней вершины

Обозначим:

- $dx = x_b - x_a$
- $dy = y_b - y_a$

Тогда ответ будет вычисляться по формуле:

$$S = (x_a(dx + 1) + \frac{dx(dx+1)}{2}) \cdot (y_a(dy + 1) + \frac{dy(dy+1)}{2})$$

Нужно обратить внимание, что для хранения ответа нужно использовать 64-битное число.

Доказательство:

Обозначим:

- $x_b = x_a + dx$
- $y_b = y_a + dy$

Сумму можно записать в виде:

$$S = (x_a y_a + x_a(y_a + 1) + \dots + x_a(y_a + dy)) + \\ + ((x_a + 1)y_a + (x_a + 1)(y_a + 1) + \dots + (x_a + 1)(y_a + dy)) +$$

$$+ \dots + \\ + ((x_a + dx)y_a + (x_a + dx)(y_a + 1) + \dots + (x_a + dx)(y_a + dy))$$

В первом выражении можно вынести x_a за скобки, во втором (x_a+1) , ..., в последнем (x_a+dx) .

Получится выражение:

$$S = x_a(y_a + (y_a + 1) + \dots + (y_a + dy)) + \dots + (x_a + dx)(y_a + (y_a + 1) + \dots + (y_a + dy))$$

Можно заметить, что выражения в скобках одинаковые, сгруппируем их:

$$S = (x_a + (x_a + 1) + \dots + (x_a + dx)) \cdot (y_a + (y_a + 1) + \dots + (y_a + dy))$$

Первая скобка содержит $dx+1$ членов x_a и сумму чисел от 1 до dx , которая записывается как формула:

$$\frac{dx(dx+1)}{2}$$

Вторая скобка аналогично содержит $dy+1$ членов y_a и сумму чисел от 1 до dy . После группировки и замены суммы формулой получим:

$$S = (x_a(dx + 1) + \frac{dx(dx+1)}{2}) \cdot (y_a(dy + 1) + \frac{dy(dy+1)}{2})$$

Ф. Максимальный делитель

Максимальным делителем для данного числа a_i будет a_i деленное на минимальное простое число-делитель a_i .

Рекомендуется предварительно вычислить все простые числа, меньшие 10^6 (т.е. квадратного корня из 10^{12}) методом “решета Эратосфена” (см. https://ru.wikipedia.org/wiki/Решето_Эратосфена).

Г. Переходники

Переходники образуют ориентированный граф, вершинами в котором являются названия разъемов. Нужно определить, есть ли путь в этом графе между данными вершинами-разъемами.

Задачу можно решать как поиском в ширину (BFS), так и поиском в глубину (DFS).

Н. Уравнение

Разделим все выражение на две части - до знака = и после. В каждой части сложим числа с переменной и без нее (с учетом знаков операций). Обозначим:

- A_1 - сумма чисел без переменной до знака =
- B_1 - сумма чисел с переменной до знака =
- A_2 - сумма чисел без переменной после знака =
- B_2 - сумма чисел с переменной после знака =

Решением уравнения будет:

$$x = \frac{B_1 - B_2}{A_2 - A_1}$$